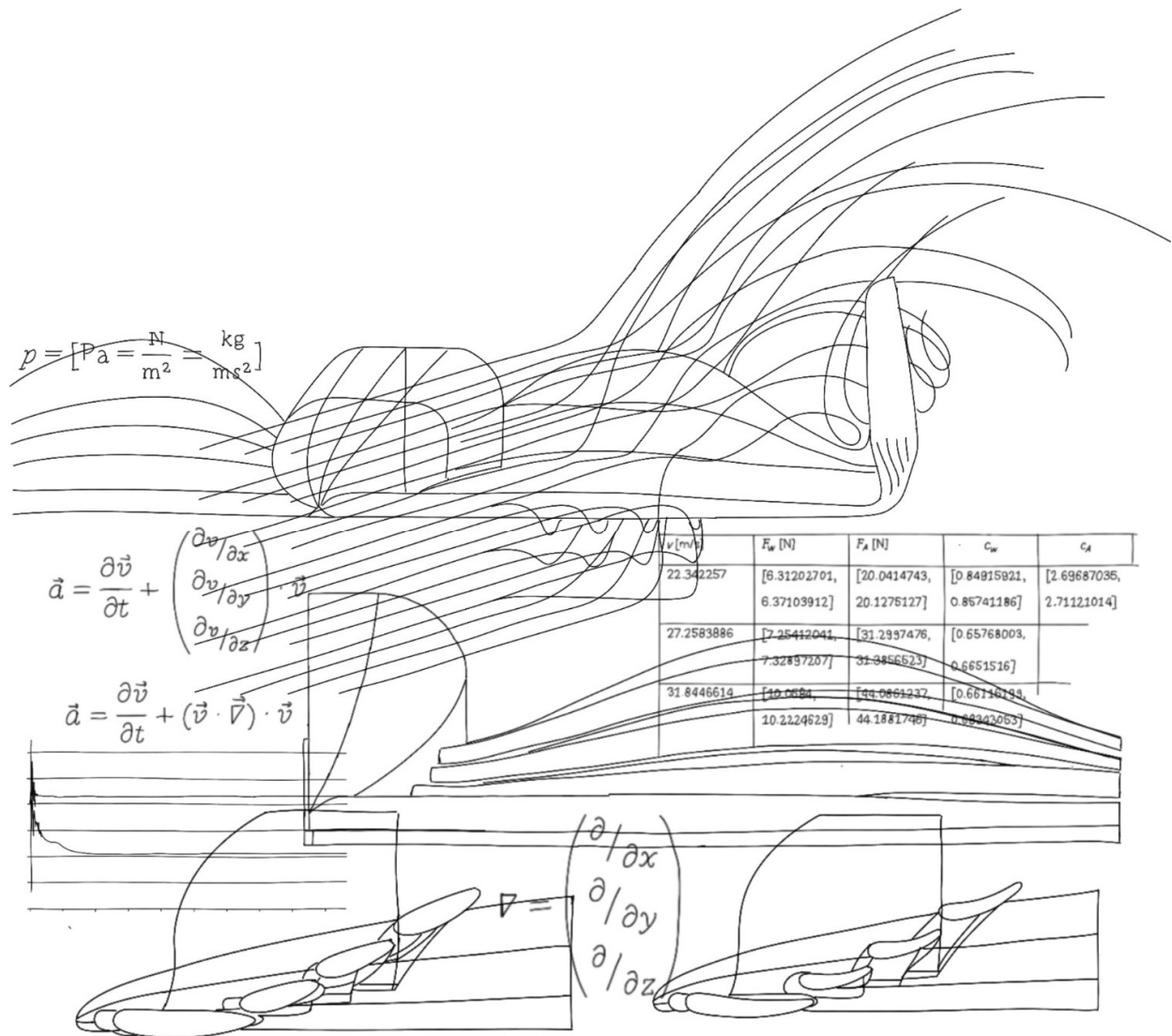


Theoretische und experimentelle Untersuchung der Aerodynamik eines Formel 1 Frontflügels



Autor:

Kunz Levin, G22i

Obereyweg 11

6207 Nottwil

Betreuer:

Chiantese Stefano

Birkenmatt 3

5742 Köllikon

Korreferent:

D'Incau Renato

Rebgasse 68

4058 Basel

Inhaltsverzeichnis

1	Abstract	4
2	Einleitung	6
2.1	Motivation	6
2.2	Fragestellung und Zielsetzung	6
2.3	Der Formel 1 Frontflügel	7
2.4	Theoretische Begriffe	7
2.4.1	Aerodynamik	7
2.4.2	Stromröhren	7
2.4.3	Strömungsfeld	8
2.5	Mathematische Grundlagen	8
2.6	Theoretische Grundlagen der Aerodynamik	9
2.6.1	Kontinuitätsgleichung	9
2.6.2	Bernoulli-Gleichung	10
2.6.3	Strömungswiderstand	11
2.6.4	Dynamischer Abtrieb	12
2.6.5	Gleitzahl	13
2.6.6	Reynolds-Zahl	13
2.6.7	Dimensionsanalyse	13
2.6.8	Coandă-Effekt	15
2.6.9	Profilumströmungen normal zur Strömungsrichtung	16
3	Hauptteil	18
3.1	Entwerfen des Profils	18
3.2	3D-Druck	19
3.3	Berechnen der Fläche A	19
3.4	Versuchsaufbau	20
3.5	Simulation	21
3.6	Windkanalversuch 1	21
3.7	Anpassungen am Modell	26
3.8	Zweites Modell	27
3.9	Windkanalversuch 2	28
3.10	Vergleich der beiden Modelle	30
3.11	Fehleranalyse	31

4	Reflexion	32
4.1	Verbesserungsmöglichkeiten	32
4.2	Mögliche Weiterführungen	33
5	Bibliographie	34
5.1	Abbildungsverzeichnis	34
6	Danksagung	36
7	Anhang	37
7.1	Navier-Stokes-Gleichung	37
7.1.1	Euler-Gleichung	40
7.2	Mittelwerte der Kräfte und Koeffizienten (ohne Statistik)	40
7.3	Modellierungen in GeoGebra	41
7.4	Fläche A des zweiten Modells	42
7.5	Kräfte diagramme von SimScale	42
7.6	Exemplarischer Ausschnitt der Datenaufzeichnung	43
8	Deklaration	44

1 Abstract

Obwohl Aerodynamik ein weit verbreiteter Begriff ist, wird selten genauer darauf eingegangen. Auf den ersten Blick scheint es auch simpel zu sein. Ein Formel 1 Auto soll wenig Luftwiderstand haben und eine möglichst gute Bodenhaftung generieren. Wie dies genau erreicht werden kann liegt allerdings nicht gerade auf der Hand.

Diese Arbeit befasst sich mit den Methoden der Aerodynamik in der Formel 1 anhand eines Frontflügels. Zu Beginn wird die Strömungslehre und ihre wichtigsten Werkzeuge vorgestellt. Darauf folgen die wichtigsten mathematischen Grundlagen, welche für die anschliessende Theorie der Aerodynamik benötigt werden. Im Theorieteil wird die Kontinuitäts-, sowie die Bernoulli-Gleichung erklärt. Besondere Wichtigkeit haben die Widerstands- und Abtriebskraft, da dies die gemessenen Grössen im später kommenden Experiment sind. Basierend auf den bis dahin erarbeiteten theoretischen Kenntnissen wird ein genauerer Blick auf die Umströmung von Profilen geworfen.

Im Hauptteil wird gezeigt, wie ein erstes Modell eines Frontflügels erstellt und der Versuch im Windkanal der Hochschule Luzern aufgebaut wurde. In diesem Zusammenhang wird auch die Simulationssoftware SimScale und ihre Anwendungsbereiche in dieser Arbeit vorgestellt.

Bezugnehmend auf die Theorie werden verschiedene Herangehensweisen zur Verbesserung des ersten Modells verdeutlicht und die Auswirkungen einzelner Veränderungen beschrieben und erklärt. Dabei wird ersichtlich, dass es in der Formel 1 zumeist nicht eine einzige richtige Lösung gibt, sondern ein Abwägen und Gewichten verschiedener Faktoren erfordert ist. Für diese Arbeit wurde die Optimierung der Gleitzahl als ausschlaggebendes Kriterium für die Profilverbesserung festgelegt.

Beim zweiten Frontflügelmodell kann 103.41% so viel Abtrieb gemessen werden, wie beim ursprünglichen Profil. Gleichzeitig ist der Luftwiderstand 19.73 % tiefer. Die angefertigte Statistik zeigt, dass es keine Überlappung der Konfidenzintervalle für die wahren Abtriebs- und Widerstandskraftwerte der beiden Flügelprofile gibt. Aufgrund dessen kann zur Kenntnis genommen werden, dass die Verbesserung mit ziemlicher Sicherheit nicht auf Messfehler zurückzuführen ist.

Grössere Abweichungen gibt es im Vergleich zu den Resultaten der Simulation. Dies wird hauptsächlich mit seitlichen Schwankungen des Modells im Windkanal erklärt, welche in der

Simulation nicht berücksichtigt werden. Darüber hinaus muss konstatiert werden, dass die Theorie und die Simulation zwar essenziell für eine Profilverbesserung sind, das exakte Ausmass der Veränderungen jedoch nur experimentell ermittelt werden kann.

2 Einleitung

2.1 Motivation

Durch das Interesse des Autors an der Formel 1 war ihm die Aerodynamik schon lange ein Begriff. Die Maturaarbeit sah er als Möglichkeit, diese Vorstellungen der Strömungslehre durch vertiefte Erarbeitung der entsprechenden Grundlagen in konkretes Wissen umzuwandeln. So entstand die Idee für diese Arbeit. Da die Aerodynamik eine Wissenschaft ist, welche in vielen Aspekten auf experimentellen Erkenntnissen beruht, wurde entschieden, dass auch in dieser Arbeit ein Experiment nicht fehlen darf. Eingangs wird ein Formel 1 Frontflügel entwickelt und experimentell untersucht. Von besonderem Interesse sollte der anschliessende Vergleich der gewonnenen Resultate mit der Theorie sowie mit einer Simulation sein.

2.2 Fragestellung und Zielsetzung

Das Ziel dieser Arbeit ist es, durch das Entwickeln und Untersuchen verschiedener Flügelprofile interessante Vergleiche machen zu können. Ein erstes Modell wird im Windkanal an der Hochschule Luzern experimentell untersucht. Im Anschluss soll ein Vergleich mit einer Computersimulation gemacht werden, bevor das Modell basierend auf der Theorie der Aerodynamik auf verschiedene Arten überarbeitet, erneut simuliert und dasjenige der simulierten Modelle mit der besten Veränderung erneut im Windkanal getestet wird. In all diesen Schritten wird der Fokus auf die Messung der Abtriebs-, sowie der Widerstandskraft gelegt, wobei weitere Grössen rechnerisch von diesen abgeleitet werden.

Dazu wird folgendermassen vorgegangen:

1. Zu Beginn werden die theoretischen Grundlagen der Aerodynamik erarbeitet.
2. Ein Prototyp des zu untersuchenden Frontflügels wird entwickelt, in einer Simulation, sowie als 3D-gedrucktes Modell in einem Windtunnel untersucht. Falls nötig wird das Modell oder der Versuchsaufbau verbessert.
3. Basierend auf den Erkenntnissen aus dem ersten Versuch sollen verschiedene Profile erstellt und die dazugehörigen Simulationen durchgeführt werden.
4. Das Modell mit dem besten Resultat aus der Simulation wird wiederum - wie das erste Modell - 3D-gedruckt und im Windkanal getestet.

5. Die Resultate aus den Experimenten werden verglichen und so weit wie möglich mit der Theorie begründet. Zudem soll nach Unterschieden zwischen dem Experiment im Windtunnel und der Simulation gesucht werden.

2.3 Der Formel 1 Frontflügel

Als vorderste Komponente eines Rennautos ist der Frontflügel der erste Angriffspunkt der Luft. Seine Funktion ist einerseits, für Abtrieb zu sorgen, was zu besserer Bodenhaftung des Autos führt und somit höhere Geschwindigkeiten in Kurven ermöglicht. Die Schwierigkeit dabei ist das Generieren von Abtrieb, ohne den Luftwiderstand des Fahrzeugs wesentlich zu erhöhen. Eine erhöhte Widerstandskraft würde nämlich zu einer Verlangsamung der Geschwindigkeit auf den Geraden führen.

Zusätzlich ist der Frontflügel massgebend dafür, wie die Luft um das Fahrzeug geleitet wird. Das Erfüllen dieser zweiten Hauptaufgabe geschieht allerdings in Abstimmung mit sämtlichen anderen Komponenten des Rennwagens und wird daher in dieser Arbeit nicht tiefer untersucht.

2.4 Theoretische Begriffe

2.4.1 Aerodynamik

Die Strömungslehre behandelt das Verhalten aller Arten von Strömungen. Einer ihrer wesentlichen Bestandteile ist die Fluidmechanik, welche dazu dient, von Fluiden erzeugte Kräfte zu beschreiben. Die Fluidmechanik wird in Fluidstatik und -dynamik unterteilt. Im Bereich der Fluidodynamik findet man die Hydrodynamik, welche sich mit strömenden Flüssigkeiten auseinandersetzt, sowie die Aerodynamik, welche ihre Anwendung bei Gasen findet. Der wesentliche Unterschied zwischen der Hydrodynamik und der Aerodynamik liegt darin, dass die in der Aerodynamik untersuchten Gase im Gegensatz zu den inkompressiblen¹ Flüssigkeiten ab einem gewissen Geschwindigkeitsbereich kompressibel sind.

2.4.2 Stromröhren

Als Stromröhre bezeichnet man die Idealisierung eines gleichmässig durchströmten Rohres. Ein Windkanal kann idealisiert als Stromröhre betrachtet werden, da in seiner rechteckigen

¹ Inkompressible Materien ändern bei Druckeinwirkung nicht ihre Dichte.

Form keine Ablenkungen der Strömung geschehen und der Einfluss der Reibung an den Seitenwänden vernachlässigbar klein ist.

2.4.3 Strömungsfeld

Das Strömungsfeld ist eine Möglichkeit, Strömungen zu beschreiben. Darin wird jeder Punkt einem Vektor zugewiesen, der beispielsweise Informationen über die Strömungsgeschwindigkeit und -richtung an diesem exakten Ort liefert.

Ein geometrisches Hilfsmittel der Strömungslehre, welches dazu dient, das Verhalten von Strömungsfeldern vereinfacht zu veranschaulichen, sind Stromlinien. Die Tangente zu einer Stromlinie gibt jeweils die Strömungsrichtung an diesem Punkt an und stimmt somit mit dem Geschwindigkeitsvektor eines Teilchens an dieser Stelle überein. Anders als bei der Darstellung mit einzelnen, nahe beieinander liegenden Vektoren bieten Stromlinien den Vorteil, dass es keine verwirrenden Überschneidungen gibt.

2.4.3.1 Stationäre Strömungen

Unter stationären Strömungen versteht man Strömungen, bei welchen die Masse erhalten bleibt. Es gilt also $m_1 = m_2$. In stationären Strömungen verändern sich die Stromlinien mit der Zeit nicht. Daher stehen sie in diesen Fällen auch für die Teilchenbahnen.

Da die Masse in stationären Strömungen erhalten bleibt, kann anstelle der allgemeinen Form des zweiten newtonschen $F_{Res} = \frac{dP}{dt}$ auch $F_{Res} = m \cdot a$ verwendet werden.

2.5 Mathematische Grundlagen

Zu den mathematischen Werkzeugen, welche in der Aerodynamik häufig verwendet werden gehören das totale sowie das partielle Differenzial, der Nablaoperator und der Laplace-Operator.

Das totale Differenzial leitet eine Funktion nach sämtlichen Variablen ab. Es enthält die Information über die gesamte Änderung des Funktionswerts. Als Bezeichnung für diesen Differenzialtyp wird «d» verwendet.

Im Gegensatz zum totalen Differenzial enthält das partielle Differenzial nur Informationen über die Ableitung der Funktion nach einer Richtung. Das Symbol für diesen Typ von Differenzial ist "∂". Für eine Funktion $f(x, y, z)$ könnte das partielle Differenzial beispielsweise $\frac{\partial f}{\partial x} dx, \frac{\partial f}{\partial y} dy$ oder $\frac{\partial f}{\partial z} dz$ sein.

Die Definition dieser Ableitung ist $\frac{\partial f}{\partial x} = \frac{f(x+dx)-f(x)}{dx}$.

Der Nablaoperator ∇ ist “ein sogenannter formaler Vektor, dessen Komponenten aus den partiellen Differenzial-Operatoren bestehen.” [16]

In vektorieller Schreibweise sieht dies folgendermassen aus: $\nabla = \begin{pmatrix} \partial/\partial x \\ \partial/\partial y \\ \partial/\partial z \end{pmatrix}$

Der Laplace-Operator ist ein weiterer mathematischer Begriff, der im Verlaufe dieser Arbeit seine Anwendung finden wird. Das zugehörige Symbol ist Delta Δ . Der Laplace-Operator einer Funktion $f(x, y, z)$ ist der Vektor der Laplace-Operatoren der jeweiligen Komponenten, also

$\vec{\Delta} = \begin{pmatrix} \Delta x \\ \Delta y \\ \Delta z \end{pmatrix}$. Die Komponenten werden als $\Delta x = \frac{\partial^2}{\partial x^2}$, $\Delta y = \frac{\partial^2}{\partial y^2}$ und $\Delta z = \frac{\partial^2}{\partial z^2}$ berechnet.

2.6 Theoretische Grundlagen der Aerodynamik

2.6.1 Kontinuitätsgleichung

Grundlegend für die Kontinuitätsgleichung ist die folgende Kontinuumshypothese: «Fluide können als Kontinuum idealisiert werden, dessen makroskopische Eigenschaften stetige Funktionen des Ortes sind» [11]. Basierend auf dieser Gegebenheit kann die Kontinuitätsgleichung für Strömungen in Stromröhren formuliert werden. Es muss vorausgesetzt werden, dass die Strömung stationär ist.

Die Masse m lässt sich als Produkt der Dichte ρ und des Volumens V schreiben. Es gilt also

$$m_1 = \rho V_1 = \rho_2 V_2 = m_2 \quad (1)$$

In einer Strömung überschreitet jedes Massenteilchen in der Zeit t eine Länge l . Daraus lässt sich die Geschwindigkeit v berechnen. Durch ersetzen von V durch das Produkt der Querschnittsfläche A und der Länge l in Strömungsrichtung in Gleichung (1) erhalten wir folgendes :

$$m_1 = \rho_1 A_1 l_1 = \rho_2 A_2 l_2 = m_2 \quad (2)$$

Wird nun beidseitig durch t geteilt und $l = vt$ eingesetzt erhält man:

$$\frac{m_1}{t} = \frac{\rho_1 A_1 v_1 t}{t} = \frac{\rho_2 A_2 v_2 t}{t} = \frac{m_2}{t} \quad (3)$$

Aus der Gleichung (3) kann geschlossen werden, dass der Massenstrom

$$\dot{m} = \frac{m}{t} = \rho \cdot A \cdot v \quad (4)$$

an allen Querschnittsflächen konstant ist. Für inkompressible Fluide, also für strömende Flüssigkeiten und für Gase bis zu einem gewissen Geschwindigkeitsbereich, zu denen auch sämtliche in dieser Arbeit vorkommende Strömungen zählen, gilt $V = \frac{m}{\rho}$. Folglich ist auch der Volumenstrom

$$\dot{V} = v \cdot A = \text{konst.} \quad (5)$$

2.6.2 Bernoulli-Gleichung

Die Bernoulli-Gleichung (nach dem Schweizer Mathematiker und Physiker Daniel Bernoulli) bezeichnet die Anwendung der Energieerhaltung an stationäre und inkompressible Stromlinien. Hierfür muss zuerst der Druck p als Kraft pro Fläche definiert werden.

$$p = [\text{Pa} = \frac{\text{N}}{\text{m}^2} = \frac{\text{kg}}{\text{ms}^2}]$$

Daraus schliessen wir $F = pA$, wobei A eine Querschnittsfläche der Stromröhre ist.

In einer Stromröhre wird das Fluid von einer Seite zur anderen geschoben. Für inkompressible Fluide gilt dabei

$$V_1 = A_1 l_1 = V_2 = A_2 l_2 = V. \quad (6)$$

Bei diesem Vorgang gilt $\Delta W = \Delta E$, was folgendermassen umgeformt werden kann:

$$W_1 - W_2 = E_2 - E_1 \quad (7)$$

Die Arbeit W ergibt sich aus der Multiplikation der Kraft mit der Strecke oder unter Einbezug von $F = pA$, $W = pAl = pV$. Die Energie E setzt sich aus der kinetischen Energie und der potentiellen Energie zusammen. Wie in Kapitel 2.6.1 gezeigt kann die Masse durch ρV substituiert werden. Somit gilt

$$E = \rho V g h + \frac{1}{2} \rho V v^2. \quad (8)$$

Werden diese Definitionen der Arbeit und der Energie auf die Gleichung (8) übertragen ergibt sich:

$$p_1 V - p_2 V = \rho V g h_2 + \frac{1}{2} \rho V v_2^2 - \rho V g h_1 - \frac{1}{2} \rho V v_1^2 \quad (9)$$

Diese Gleichung wird durch V geteilt und umgestellt, sodass man die Bernoulli-Gleichung erhält.

$$p_1 + \rho g h_1 + \frac{1}{2} \rho v_1^2 = \rho g h_2 + \frac{1}{2} \rho v_2^2 + p \quad (10)$$

$$\rho g h + \frac{1}{2} \rho v^2 + p = \text{konst.} = B \quad (11)$$

B steht hierbei für die Bernoulli-Konstante. Die Gleichung ist insofern hilfreich, dass sie einen Zusammenhang zwischen der Strömungsgeschwindigkeit v und dem Druck p liefert. Es gilt zu beachten, dass jede Stromlinie eine eigene Konstante B hat.

2.6.3 Strömungswiderstand

Bei der Bewegung durch ein Fluid entsteht eine Widerstandskraft. Diese ist in Richtung der Strömung bzw. der Bewegungsrichtung des umströmten Körpers entgegen gerichtet.

Der Strömungswiderstand ist darauf zurückzuführen, dass die Luft hinter dem Körper nicht gleichmässig weiterströmt. Vielmehr entstehen Verwirbelungen. Der Druck p hinter dem Körper ist dadurch niedriger als der Umgebungsdruck p_∞ vor dem Körper.

Hinzu kommt die Reibung zwischen der Strömung und der Oberfläche des umströmten Körpers.

Die Widerstandskraft hängt von der Dichte des Fluids, der Angriffsfläche A und der Geschwindigkeit ab. Zusätzlich braucht es auch einen Widerstandsbeiwert, welcher mit c_w gekennzeichnet wird. Die ganze Formel zur Berechnung der Strömungswiderstandskraft ist die folgende:

$$F_w = \frac{1}{2} \cdot c_w \cdot \rho \cdot A \cdot v^2 \quad (12)$$

Der Widerstandsbeiwert c_w , auch Widerstandskoeffizient genannt, ist eine dimensionslose Zahl, welche eine charakteristische Eigenschaft eines Körpers ist und zur Berechnung der Widerstandskraft dient.

Oftmals wird der c_w -Wert experimentell ermittelt, während das Ausführen einer Dimensionsanalyse eine weitere Methode mit dem selben Ziel ist. Eine solche Dimensionsanalyse wird später in dieser Arbeit gezeigt.

Die Umformung der Gleichung (12) ergibt

$$c_w = \frac{2F_w}{v^2 \rho A} \quad (13)$$

als Formel für den Widerstandskoeffizienten.

2.6.4 Dynamischer Abtrieb

Der wohl wichtigste Faktor im Motorsport ist die Bodenhaftung. Diese setzt sich aus der Gewichtskraft des Fahrzeugs und dem sogenannten dynamischen Abtrieb, auch Anpressdruck oder Downforce genannt, zusammen.

Wird ein Körper von einer Strömung erfasst, wird die Luft um ihn herum geleitet. Bei nicht symmetrischen Körpern entsteht dabei ein Abtrieb oder Auftrieb.

Eine Erklärung für die dynamische Abtriebskraft liefert das Wechselwirkungsgesetz (actio = reactio). Wenn Luft nach oben umgelenkt wird, was in der Aerodynamik als «Upwash» bezeichnet wird, wirkt eine Reaktionskraft auf den umströmten Körper, welche in diesem Fall der nach unten gerichteten Abtriebskraft entspricht.

Weiter kann der dynamische Abtrieb mit der Differenz des Luftdrucks unmittelbar oberhalb und unterhalb eines Profils erklärt werden. An dieser Erklärung beteiligen sich sowohl die Unterseite wie auch die Oberseite des Profils. Später in dieser Arbeit wird gezeigt, dass der Druck unterhalb des Profils p_U kleiner ist als der nicht vom Profil beeinflusste Umgebungsdruck p_∞ , während der Druck oberhalb des Profils p_O grösser ist als der Umgebungsdruck p_∞ .

Berechnet wird der dynamische Abtrieb als nach unten gerichteter, also negativer, dynamischer Auftrieb. Die Berechnung des dynamischen Auftriebs ist mathematisch ähnlich wie die der Widerstandskraft (12), mit dem einzigen Unterschied, dass hier der Auftriebsbeiwert c_A anstelle des Widerstandsbeiwerts c_w verwendet wird.

$$F_A = \frac{1}{2} \cdot c_A \cdot \rho \cdot A \cdot v^2 \quad (14)$$

$$c_A = \frac{2F_A}{v^2 \rho A} \quad (15)$$

2.6.5 Gleitzahl

Die in den vorhergehenden Kapiteln erklärten Kräfte können zur Berechnung der Gleitzahl ϵ verwendet werden. Dieser Wert ist das Verhältnis des Auftriebs und des Luftwiderstands:

$$\epsilon = \frac{F_A}{F_w} = \frac{c_A}{c_w} \quad (16)$$

In der Formel 1 ist eine hohe Gleitzahl erwünscht, da somit die Abtriebskraft hoch ist, was die Bodenhaftung in den Kurven erhöht, während die Widerstandskraft klein ist, das Auto also auf den Geraden durch letztere nicht gebremst wird.

2.6.6 Reynolds-Zahl

Bisher wurde davon ausgegangen, dass die Luft schön parallel strömt. Neben diesen sogenannten laminaren Stömungen gibt es auch turbulente Strömungen. In ihnen ist der Luftstrom chaotisch und nicht voraussehbar.

Die Reynolds-Zahl ist eine dimensionslose Grösse, welche dazu dient, zu bestimmen, ob eine Strömung laminar oder turbulent ist. Die Reynolds-Zahl, bei der die Strömung turbulent wird, nennt man die kritische Reynolds-Zahl. Diese liegt zwischen $Re \approx 2 \cdot 10^3$ und $Re \approx 10^5$.

Grundsätzlich lässt sich die Reynolds-Zahl folgendermassen berechnen:

$$Re = \frac{\rho_{\infty} \cdot v_{\infty} \cdot L}{\eta} \quad (17)$$

2.6.7 Dimensionsanalyse

Eine Möglichkeit, dimensionslose Kenngrössen wie beispielsweise die Reynolds-Zahl und den Widerstandskoeffizienten herzuleiten ist eine Dimensionsanalyse nach dem Buckingham'schen II-Theorem:

«Eine Funktion f zwischen n dimensionsbehafteten Grössen $p_1, p_2, \dots, p_n$, in denen m unabhängige Grundeinheiten auftreten, kann als eine Funktion F zwischen $k = n - m$ dimensionslosen Argumente $II_1, II_2, \dots, II_k$ geschrieben werden. Es gelten dann folgende funktionelle Abhängigkeiten:

$$f(p_1, p_2, \dots, p_n) = 0$$

$$F(\Pi_1, \Pi_2, \dots, \Pi_k) = 0. \gg [11]$$

Bei der Herleitung der Reynolds-Zahl Re und dem Widerstandskoeffizienten c_w treten als Grundeinheiten die Masse M , die Länge L und die Zeit T auf. Die dimensionsbehafteten Grössen setzen sich aus den physikalischen Grössen ρ_∞ , v_∞ und L und den verbleibenden Grössen F_W und η zusammen. Während ρ_∞ , v_∞ und L in sämtlichen Argumenten zu finden sind, sind F_W und η nur optional.

$$[\rho] = [ML^{-3}]$$

$$[v] = [LT^{-1}]$$

$$[F_W] = [ML T^{-2}]$$

$$[\eta] = [ML^{-1}T^{-1}]$$

Das erste dimensionslose Argument Π_1 enthält den Widerstandskoeffizienten und ist direkt abhängig von der Widerstandskraft F_W . Die drei betrachteten Fundamentalgrössen erhalten eine Variable als Potenz. Die Gleichung wird mit [1] gleichgestellt, was bedeutet, dass das Argument dimensionslos ist.

$$[\Pi_1] = [(LT^{-1})^a (ML^{-3})^b (L)^c (MLT^{-2})] = [1] \quad (18)$$

$$[\Pi_1] = [L^{a-3b+c+1} (T^{-a-2}) (M^{b+1})] = [1] \quad (19)$$

Um eine dimensionslose Grösse zu erhalten müssen alle Grundeinheiten den Exponenten null haben. Die Gleichung muss also $L^0 T^0 M^0$ entsprechen. Daher können die Variablen a , b und c mit einem Gleichungssystem gefunden werden.

$$a = -2$$

$$b = -1$$

$$c = -a + 3b - 1 = +2 + 3(-1) - 1 = -2$$

Somit ist das Argument

$$\Pi_1 = \frac{F_W}{v_\infty^2 \rho_\infty L^2} \quad (20)$$

komplettiert.

Das zweite dimensionslose Argument Π_2 , welches die Reynolds-Zahl enthält, ist unabhängig von der Widerstandskraft. An ihre Stelle tritt die Viskosität η .

$$[\Pi_2] = [(LT^{-1})^d (ML^{-3})^e (L)^f (ML^{-1}T^{-1})] = [1] \quad (21)$$

$$[\Pi_2] = [L^{d-3e+f-1} (T^{-d-1}) (M^{e+1})] = [1] \quad (22)$$

Wie schon zuvor können die unbekannten Variablen jetzt gefunden werden.

$$d = -1$$

$$e = -1$$

$$c = 1 + 3(-1) + 1 = -1$$

Damit kann auch das zweite Argument aufgestellt werden.

$$\Pi_2 = \frac{\eta}{v_\infty \rho_\infty L} \quad (23)$$

Allerdings ist die Dimensionsanalyse «nicht in der Lage [...] in jedem Fall das “komplett physikalisch korrekte” Ergebnis zu liefern.» [16].

Da die Methode der Dimensionsanalyse als einzige Bedingung hat, dass «Zähler und Nenner [hier η und $v_\infty \rho_\infty L$] stets im korrekten (dimensionslosen) Verhältnis zueinander [stehen] » [16], kann es durchaus geschehen, dass das Resultat der Kehrwert der eigentlichen Grösse ist. Zudem können auch Faktoren nicht bestimmt werden.

Den Fall des Kehrwerts sieht man beim zweiten Argument Π_2 . Die korrekte Berechnung der Reynolds-Zahl ist

$$Re = \frac{\rho_\infty \cdot v_\infty \cdot L}{\eta}. \quad (24)$$

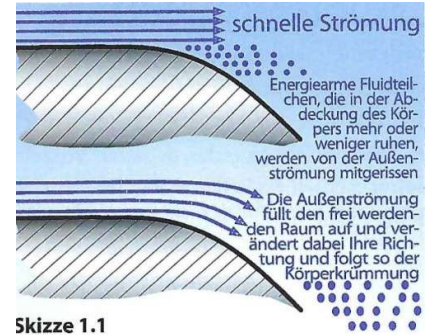
Beim ersten Argument sind Zähler und Nenner zwar richtig platziert, zur korrekten Berechnung des Widerstandskoeffizienten muss aber noch ein Faktor zwei angefügt werden.

$$c_w = \frac{2F_w}{\rho_\infty \cdot v_\infty \cdot L^2} \quad (25)$$

2.6.8 Coandă-Effekt

«Der Coandă-Effekt ist eine reproduzierbare Beobachtung deren mathematisch-physikalische Erklärung weder trivial noch allgemeingültig zu sein scheint. » [16].

Dass es sich um ein nicht mathematisch-physikalisch berechenbares Phänomen handelt hat zur Folge, dass seine Erklärungen verschieden sind. Die Bedeutung, welche der Coandă-Effekt in dieser Arbeit haben wird, lässt sich allerdings gut anhand der Skizze (Abb. 1) erklären.



Skizze 1.1
Abbildung 1 - Coandă-Effekt

Es entstehen von der Viskosität des Fluids abhängige Reibungskräfte zwischen der Strömung und den energiearmen Fluidteilchen hinter dem Körper. Aufgrund dessen reißt die Strömung die ruhenden Teilchen mit, sodass ein Bereich niedrigen Drucks direkt hinter dem umströmten Körper entsteht. Die nachkommende Strömung wird in diesen freien Raum gesaugt, wodurch sie den Verlauf der Körperkrümmung annimmt.

2.6.9 Profilumströmungen normal zur Strömungsrichtung

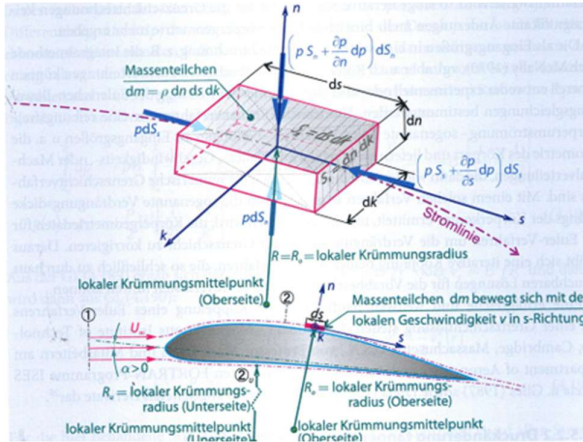


Abbildung 2 - Profilumströmung normal zur Strömungsrichtung [16]

Um fachlicher über Profilumströmungen sprechen zu können, müssen zuerst neue Koordinaten n , s und k eingeführt werden. Die n -Koordinate ist normal zur Oberfläche des Profils, während s die lokale Strömungsrichtung angibt. k steht senkrecht zu den beiden anderen Koordinaten und komplettiert somit das Koordinatensystem.

Wenn eine Profilumströmung erst mal nur normal zur Strömungsrichtung betrachtet wird, ist die einzige auf ein Massenteilchen dm wirkende Kraft die Druckkraft F_P . Nach dem zweiten newtonschen Axiom muss

$$\vec{F} = dm \cdot \vec{a} = \vec{F}_P \quad (26)$$

gelten. Die Beschleunigung kann umgeformt und nach der Normalenrichtung n abgeleitet werden, sodass

$$\vec{F}_P = dm \frac{d\vec{v}}{dt} = dm \frac{\partial \vec{v}}{\partial n} \frac{dn}{dt} \quad (27)$$

Zudem kann folgendes über die Druckkraft F_P gesagt werden:

$$F_P = p(n) dS_n - p(n + dn) dS_n \quad (28)$$

S_n entspricht dabei der Fläche $dsdk$.

$$F_P = p \cdot dsdk - \left(p + \frac{\partial p}{\partial n} dn \right) dsdk = - \frac{\partial p}{\partial n} dn dsdk \quad (29)$$

Da $dm = \rho \cdot dn dsdk$, kann dies auch als

$$F_P = - \frac{\partial p}{\partial n} \frac{dm}{\rho} \quad (30)$$

$$a = \frac{\partial p}{\partial n} \frac{1}{\rho} \quad (31)$$

geschrieben werden.

Die nach n abgeleitete Beschleunigung $a = \frac{\partial v}{\partial n} \frac{dn}{dt}$ kann in diesem Fall nur die Zentripetalbeschleunigung sein. Diese ist per Definition das Kreuzprodukt der Winkelgeschwindigkeit $\vec{\omega}_n = \frac{v}{R}$ und der lokalen Bahngeschwindigkeit $\vec{v}$.

$$a_z = [\vec{\omega}_n \times \vec{v}] = -\omega_n v = \frac{v^2}{R} \quad (32)$$

$$a_z = \frac{\partial v}{\partial n} \frac{dn}{dt} = \frac{v^2}{R} \quad (33)$$

Nach der Gleichstellung mit Gleichung (31) kann die Gleichung

$$\frac{\partial p}{\partial n} = \rho \frac{v^2}{R} \quad (34)$$

zur Beschreibung von Profilmströmungen normal zur Strömungsrichtung aufgestellt werden.

Eine andere Schreibweise dafür ist unter Einbezug der Bernoulli-Konstanten $B^2 = \frac{R^2}{v^2}$ möglich.

$$\frac{\partial p}{\partial n} = \rho \frac{B^2}{R^3} \quad (35)$$

Diese Formel dient nicht dazu, Berechnungen zu Frontflügelprofilen zu machen, da sich diese aus mehreren Komponenten zusammensetzen, welche unterschiedlich geformt sind und sich zusätzlich auch untereinander beeinflussen. Allerdings kann in der Formel (35) gesehen werden, dass sich die Druckkraft proportional zu $\frac{1}{R^3}$ verhält. Dies ist gleichbedeutend damit, dass eine Verkleinerung des Radius grundsätzlich zu einer erhöhten Abtriebskraft führt.

3 Hauptteil

3.1 Entwerfen des Profils

Beim Entwerfen des ersten Flügelprofils gab es mehrere Hürden zu bewältigen. Der Frontflügel musste in einem CAD-Programm gezeichnet werden, um anschliessend für die Simulation und den 3D-Druck tauglich zu sein. CAD-Programme sind in der Regel schwer zu erlernen. Zudem weisen die Frontflügel der Formel 1 eine komplizierte Form auf, was den Zeichnungsprozess alles andere als vereinfacht. Um diese Schwierigkeiten zu umgehen, wurde zuerst ein Flügel mit einer im Internet gefundenen Anleitung zur Gestaltung eines Formel 1 Frontflügels im Programm FreeCAD 1.0 erstellt. Zu beachten ist hierbei, dass diese Anleitung nur ein Beispiel war und nicht auf einem realitätsgetreuen Frontflügel beruhte. Im Anschluss wurde das nach Anleitung erstellte aerodynamisch Profil verbessert. Dafür wurden Bilder der Formel 1 verwendet, mit welchen unter anderem in GeoGebra eine Bemassung gemacht wurde. Zudem wurden eigenständig neue Skizzen der Querschnitte an den in Abbildung 3 rot eingezeichneten Stellen des Flügels erstellt. Der gesamte Entwicklungsprozess dauerte über 30 Stunden und nahm somit deutlich mehr Zeit in Anspruch als ursprünglich angenommen.

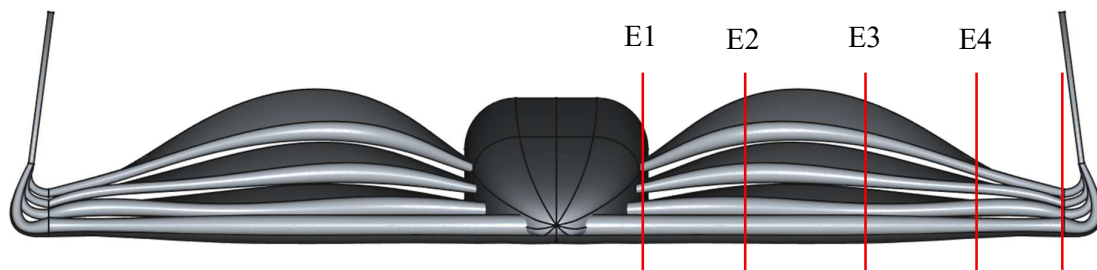


Abbildung 3 - Frontflügel CAD

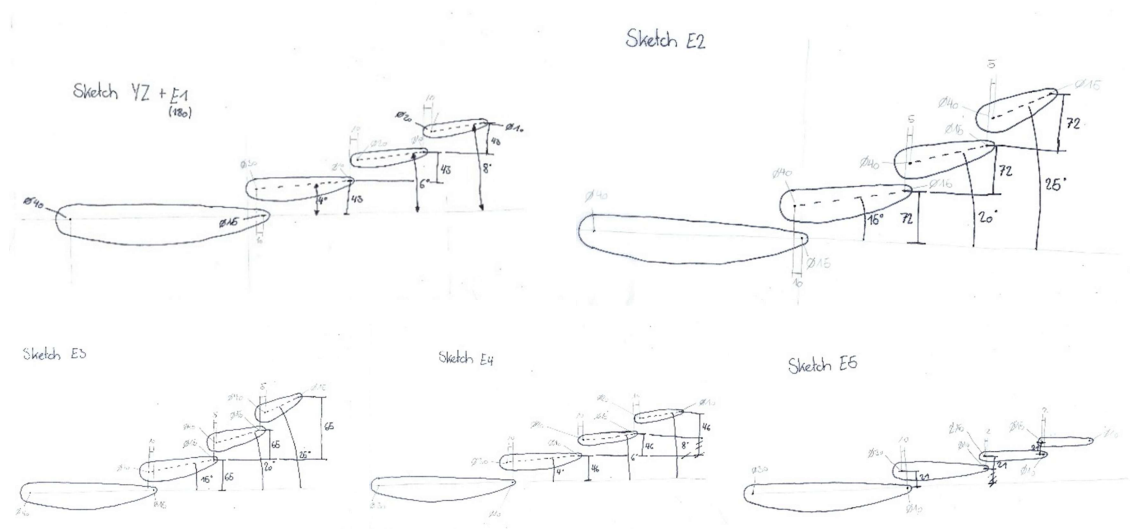


Abbildung 4 - Eigenhändige Skizzen von Querschnitten

3.2 3D-Druck

Zu Beginn war geplant, das Modell direkt an der Hochschule Luzern zu drucken. Dies scheiterte aber an den internen Reglementen der HSLU, nach welchen es nicht erlaubt ist, 3D-Drucker über Nacht laufen zu lassen, was für das entworfene Modell aber nötig gewesen wäre. Anschliessend wurden in Zusammenarbeit mit Frau Ruth Jossen und Herrn Daniel Ris mehrere Druckversuche im 3D-Drucker der Kantonsschule Sursee gestartet, welche alle scheiterten. Grund dafür könnte die Komplexität des Modells, im spezifischen die überhängenden Strukturen, gewesen sein. Schlussendlich hat der Autor im Bekanntenkreis jemanden gefunden, der über viel Expertise und Leidenschaft im Bereich des 3D-Drucks verfügt und es geschafft hat, das Modell zu drucken.

Gedruckt wurde der Frontflügel in vier Teilen, die verklebt und feingeschliffen wurden. Beim Material hat man sich für PLA (Polylactid) entschieden, welches sich dadurch auszeichnet, dass es nur wenig verformbar ist.

3.3 Berechnen der Fläche A

Das Ermitteln der Fläche A , welche zur Berechnung der Koeffizienten c_w und c_A benötigt wird, war in den bisher verwendeten Programmen, namentlich FreeCAD und SimScale, nicht möglich. Die genannten Softwares verfügen über keine dem Autor bekannte Funktion, welche es erlaubt hätte, das dreidimensionale Modell als zweidimensionales Abbild darzustellen und anschliessend die Fläche dieses Abbilds auszumessen. Daher wurde das Modell als dxf-Datei¹ der Innenarchitekturfirma LIGNO in-Raum AG gesendet, welche mit dem Programm Vectorworks die einzelnen Flächen der Frontansicht berechnen konnte. Anschliessend mussten die 14 angegebenen Werte für die einzelnen eingefärbten Flächen nur noch addiert und mit zwei multipliziert werden, um die Fläche des ersten Modells zu repräsentieren. Diese gesamte Fläche betrug 288.16 cm².

¹ Dxf ist das gängige Übermittlungsformat für 3D-Dateien

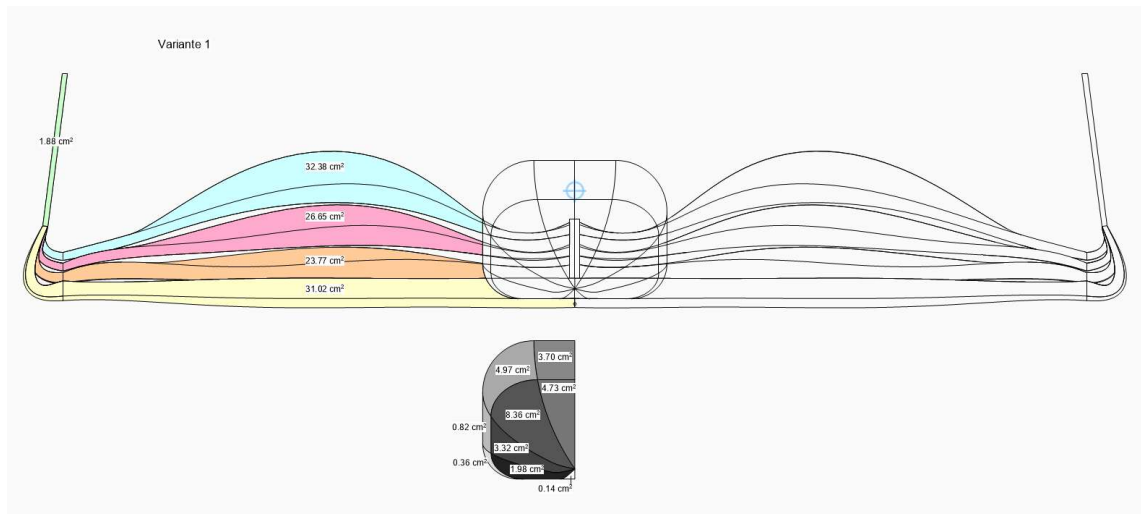


Abbildung 5 - Fläche A des ersten Frontflügelmodells

3.4 Versuchsaufbau

Das Modell wurde mittig mit zwei Löchern, jeweils 9 cm vor und hinter dem Schwerpunkt versehen. Durch diese Löcher wurden zwei Seile eingefädelt. Diese Seile waren oben und unten an einem frei beweglichen Rahmen befestigt, welcher den Windkanal umgibt. Bereits zuvor an diesem Rahmen befestigt waren drei Sensoren, welche die Widerstandskraft messen. Das Modell, welches an den Seilen noch frei vertikal beweglich war, wurde auf einen vierten, auf der unteren Platte befestigten, Sensor gelegt, welcher die Abtriebskraft mass (siehe Abb. 6 und 7). Zur Minimierung der Reibung auf der Auflagefläche wurde ein Teflonband an das Modell geklebt und die Oberfläche des Sensors mit WD-40 versehen. Um seitliche Schwankungen des Modells zu verhindern, wurden beidseitig feine Drähte befestigt. Diese beschränkten den maximalen Abstand der äusseren Verstrebungen des Profils zur unteren Platte und sorgten dafür, dass das Modell im Falle von Schwankungen wieder in die Ursprungsposition gelangte.



Abbildung 6 - Aufsicht im Windkanal



Abbildung 7 - Seitenansicht im Windkanal

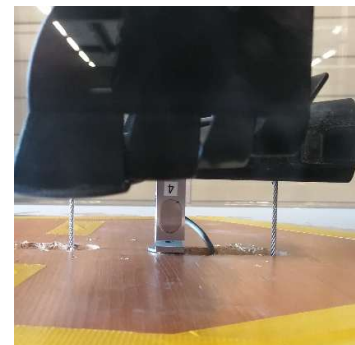


Abbildung 8 - Abtriebssensor im Windkanal

Jeder der vier Sensoren erstellte Messungen mit einer Frequenz von 200 Hz, also 200 Messungen pro Sekunde. Auch der Motor lieferte fortlaufend Daten zur aktuellen Drehzahl. Die Vorrichtungen zur Messung der Temperatur und des Luftdrucks wurden nicht verwendet.

3.5 Simulation

Bei der computergestützten Simulation hat sich der Autor für das Online-Programm SimScale entschieden. Dieses bietet mehrere Vorteile. Einerseits ist es anfangs kostenlos, was für eine Arbeit wie diese insofern ideal ist, dass man ohne Investitionen sehen kann, ob mit einem Programm die gewünschten Ergebnisse erzielt werden können. Andererseits ist diese Software auch übersichtlich und verständlich, wodurch keine längere Lernphase nötig ist. Mit SimScale werden numerische Strömungssimulationen, kurz CFD-Simulationen (Computational Fluid Dynamics-Simulationen), gemacht. Die Software beruht auf der Lattice-Boltzmann-Methode (LBM), durch welche die Resultate sowohl präzise als auch schnell sind. Die Strömungssimulation von SimScale kreiert sowohl spannende Ansichten des aerodynamischen Verhaltens wie auch Angaben der wirkenden Kräfte. Als einziger Nachteil dieser Software wurde ausgemacht, dass nur Simulationen bei konstanten Geschwindigkeiten möglich sind.

3.6 Windkanalversuch 1

Das Ziel des ersten Versuchs war einerseits, den Versuchsaufbau zu testen, andererseits das aerodynamische Verhalten dieses entworfenen Flügels zu untersuchen, um basierend auf diesen Resultaten sinnvolle Änderungen am Modell machen zu können. Obwohl der Windkanal Motorgeschwindigkeiten bis zu 1000 rpm¹ ermöglicht, waren nur 750 rpm vertretbar. Unter der Belastung noch stärkerer Winde hätten Teile des Baums am Ende des Windkanals abbrechen und die darunter stehenden Autos beschädigen können. Es wurde darauf verzichtet, für diese Arbeit den Parkplatz zu räumen, so wie es üblich ist, wenn versuche mit hohen Drehzahlen im Windkanal durchgeführt werden. Im Windkanal der HSLU entsprechen 750 Motorendrehungen pro Minute einer durchschnittlichen Windgeschwindigkeit von 130.4 km/h.

Gestartet wurde mit tiefen Geschwindigkeiten, um zu sehen, ob der Frontflügel der Belastung standhält. Im Anschluss wurden die Windgeschwindigkeiten kontinuierlich erhöht. Die Daten-

¹ rpm steht für revolutions per minute, hier wird die Drehzahl des Motors in rpm angegeben.

aufzeichnung lief dann mit sogenannten Rampen. Dabei steht der Motor anfangs still, beschleunigt innerhalb von 100 Sekunden auf die eingegebene Drehzahl, hält diese Drehzahl eine halbe Minute lang konstant und bremst dann wieder innerhalb von 100 Sekunden bis zum Stillstand ab. Es entstanden Datenaufzeichnungen von vier solcher Rampen, mit den maximalen Drehzahlen 450 rpm, 550 rpm, 650 rpm und 750 rpm. Die mit dem Windkanal verbundene und zu dessen Steuerung verwendete Software erstellte sofort Dateien in Tabellenform, welche eine schnelle Übertragung der Daten in Excel ermöglichen.

Neben den vier Rampen wurde auch ein Versuch unternommen, den Luftstrom bei 450 rpm mit Hilfe einer Rauchmaschine zu veranschaulichen. Dies jedoch erfolglos, da die verwendete Parityrauchmaschine nicht für wissenschaftliche Zwecke geeignet ist.

Die Abb. 9 zeigt die Datenaufzeichnungen der gemessenen Kräfte einer Rampe, hier auf die maximale Motorendrehzahl von 750 rpm. Das Muster sieht auch für Rampen, welche nicht bis auf die höchstmögliche Drehzahl beschleunigen gleich aus. Für die Analyse der Daten wurden Messungen getrennt, sodass das Verhalten während des Beschleunigungs- und Bremsvorgangs und jenes unter konstanten Geschwindigkeiten separat untersucht werden konnte.

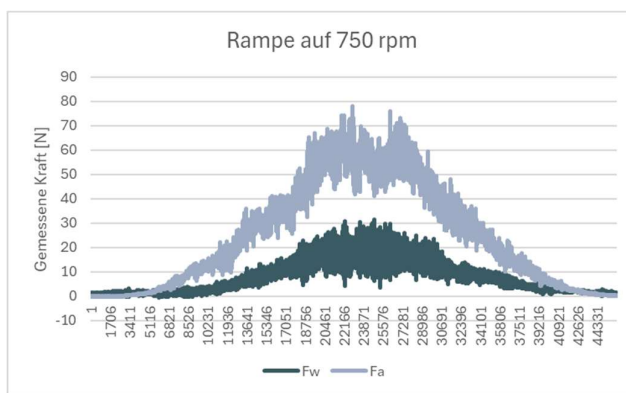


Abbildung 9 - Kräfte diagramm der Rampe auf 750 rpm

In anschliessender Tabelle sind die Werte der gemessenen Kräfte bei konstanten Geschwindigkeiten ersichtlich. Für jede Einzelmessung wurden c_w und c_A berechnet, während ϵ erst zum Schluss berechnet wurde, wobei die Fehlerfortpflanzung ihre Anwendung fand. Formeln zur Berechnung dieser Grössen wurden bereits in den Kapiteln 2.6.3,

2.6.4 und 2.6.5 angegeben. Die Statistik wurde mit zwei Standardfehlern¹ gemacht. Folglich

¹ Der Standardfehler berechnet sich aus $2\sigma/\sqrt{n}$, wobei σ die Standardabweichung und n die Anzahl Messungen ist. Der Standardfehler wird vom Mittelwert subtrahiert und addiert, um ein Konfidenzintervall für den wahren Wert angeben zu können.

liegt der wahre Wert mit einer Wahrscheinlichkeit von 95.45% im angegebenen Konfidenzintervall¹.

$$c_w = \frac{2F_w}{v^2 \rho A} \quad (13)$$

$$c_A = \frac{2F_A}{v^2 \rho A} \quad (15)$$

$$\epsilon = \frac{F_A}{F_w} = \frac{c_A}{c_w} \quad (16)$$

Die Standardabweichung bei 750 rpm, also 36.23 m/s, liegt bei 4.06 für den Widerstand und 5.84 für den Abtrieb.

v [m/s]	F_w [N]	F_A [N]	c_w	c_A	ϵ
22.0021403	[3.89752843, 3.9443068]	[20.5384645, 20.6271004]	[0.46538117, 0.4712298]	[2.450557, 2.4639222]	[5.239793, 5.2543820]
25.590553	[6.97828815, 7.04535756]	[28.0011153, 28.1429393]	[0.61553474, 0.62168802]	[2.47127343, 2.48591442]	[3.9395758, 4.07383621]
29.5010483	[11.7048685, 11.8526538]	[40.0942459, 40.36118]	[0.77924384, 0.78966921]	[2.66511573, 2.68509886]	[3.39887134, 3.4214105]
36.2261479	[16.4108738, 16.6211301]	[56.4363393, 56.7386782]	[0.72462953, 0.73447318]	[2.48996931, 2.50651384]	[3.41472756, 3.43397902]

In der Abb. 11 ist zu sehen, dass der Abtrieb des Modells deutlich grösser ist als der Widerstand, was in der Formel 1 generell wünschenswert ist.

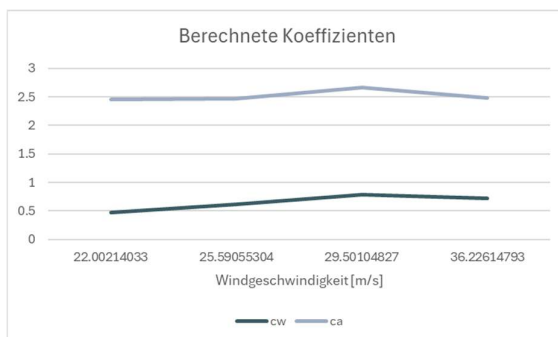


Abbildung 10 Diagramm Koeffizienten

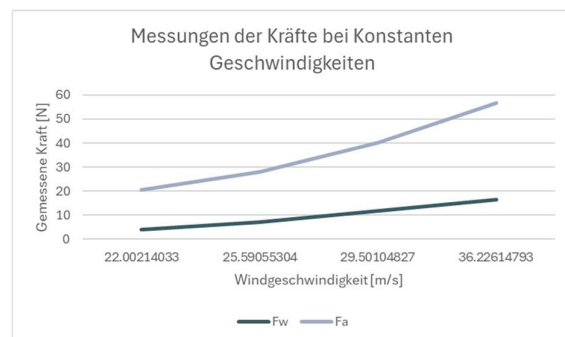


Abbildung 11 - Diagramm Kräfte

¹ Das Konfidenzintervall gibt einen Bereich an, in dem ein Wert mit einer bestimmten Wahrscheinlichkeit liegt. Diese Wahrscheinlichkeit hängt davon ab, wie oft der Standardfehler vom Mittelwert subtrahiert und addiert wird.

Die Koeffizienten sind nicht gänzlich konstant. Sie steigen bis zu einem bestimmten Punkt, bei der letzten Messung sinken sie dann wieder. Dies liegt daran, dass sich der c_w - und der c_A -Wert

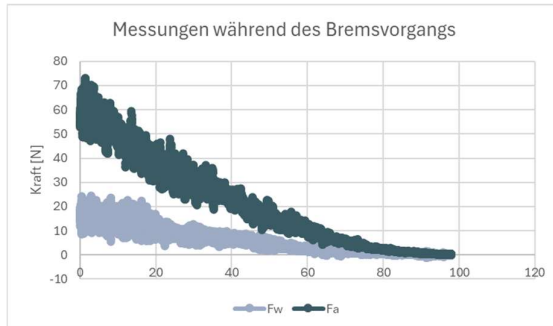


Abbildung 12 - Kräfte während des Bremsvorgangs

in der Praxis in Abhängigkeit von der Geschwindigkeit leicht verändern können. Bei hohen Windgeschwindigkeiten entstehen mehr Turbulenzen, wodurch das aerodynamische Verhalten beeinflusst wird und besonders der Widerstand abnehmen kann.

Die Messungen des Beschleunigungs- und Bremsvorgangs sind wie erwartet ähnlich. Sie

lassen sich gut als quadratische Funktion darstellen, was aus der Abhängigkeit der Kraft von der Geschwindigkeit im Quadrat folgt.

Im Anschluss an den ersten Versuch im Windkanal wurde eine Simulation in SimScale erstellt und die gewünschten Ansichten modelliert. Abbildung 15 zeigt die lokalen Geschwindigkeiten an einem Querschnitt des Profils. Am höchsten sind die Geschwindigkeiten unter dem Profil. Da wird nämlich die Fläche, durch welche die Luft strömt, verengt, was laut der Kontinuitäts-

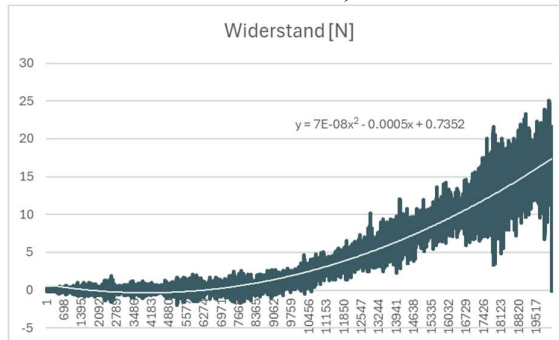


Abbildung 13 - Widerstand während des Beschleunigungsvorgangs

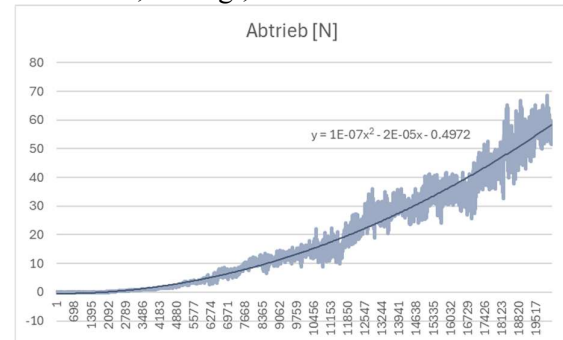


Abbildung 14 - Abtrieb während des Beschleunigungsvorgangs

gleichung (Kap. 2.6.1) zu einer Erhöhung der Geschwindigkeit führt. Auch ist erkennbar, dass die Geschwindigkeiten nicht nur in unmittelbarer Nähe zum Modell verringert werden, sondern auch noch weit dahinter Abweichungen von der Umgebungsgeschwindigkeit auszumachen sind.

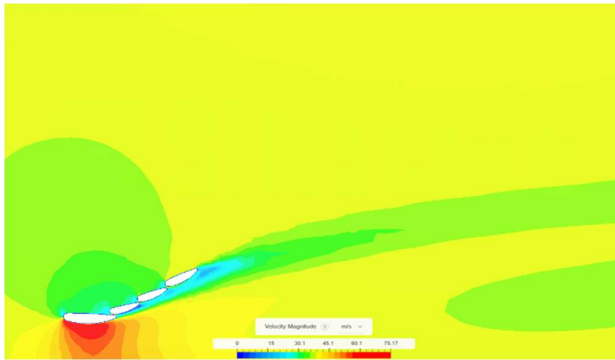


Abbildung 15 - Lokale Geschwindigkeiten (SimScale)

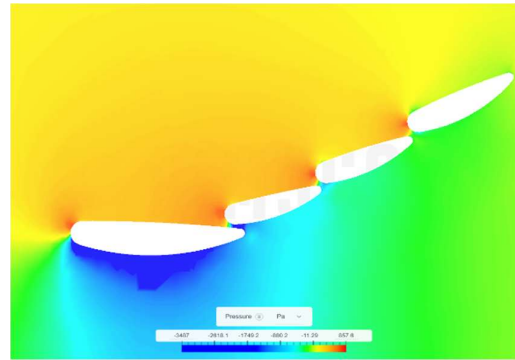


Abbildung 16 - Lokaler Druck (SimScale)

Die Abbildung 16 zeigt das Verhalten des Drucks an derselben Stelle. Der Druck oberhalb des Profils ist deutlich grösser als derjenige darunter, was den Abtrieb verursacht. Eine Verbindung zwischen den beiden Abbildungen schafft die Bernoulli-Gleichung (Kap. 2.6.2). Da die Höhe bei diesem Vergleich keine Rolle spielt, besagt diese, dass eine hohe Geschwindigkeit gleichbedeutend mit einem niedrigen Druck ist und umgekehrt.

Eine Funktion «Particle Trace» veranschaulicht den Verlauf einzelner Strömungsteilchen um das Profil herum. Die Abbildungen 17 und 18 lassen besonders gut erkennen, wie die Strömungen hinter dem Modell verwirbeln.

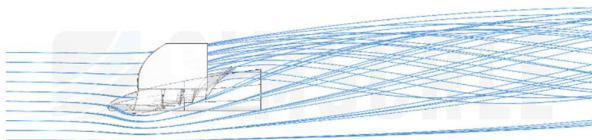


Abbildung 17 - Particle Trace Seitenansicht (SimScale)

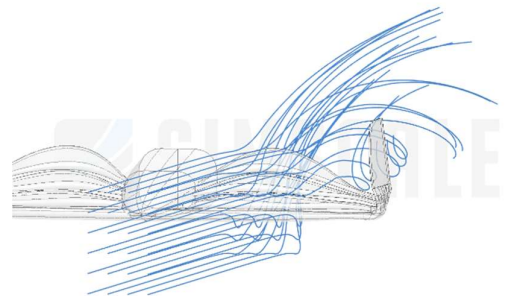


Abbildung 18 - Particle Trace Frontansicht (SimScale)

Die Simulation berechnete eine Widerstandskraft von 15.34 Newton (N). Diese Zahl weicht um nur 7.14% von den gemessenen 16.52 N ab. Beim Abtrieb hingegen war der Unterschied zwischen der Messung und der Simulation gross. Die Messung im Windkanal ergab eine durchschnittlich gemessene Kraft von 56.59 N. Ausgehend von der Simulation sollte aber eine Abtriebskraft von 93.94 N erwartet werden, was eine Abweichung der Simulation vom Experiment um 66.00% bedeutet. Es wird angenommen, dass dieser Unterschied darauf zurückzuführen ist, dass der Frontflügel im Windkanal ständig seitliche Schwankungen machte, wodurch kurzfris-

tig der Kontakt mit dem Sensor verloren oder zumindest verringert wurde. Diese Schwankungen wurden in der Simulation nicht einberechnet. Ein weiterer, jedoch unwahrscheinlicher Einflussfaktor könnte sein, dass das Modell im Windkanal nicht vollkommen formstabil war.

Allerdings ist auf sämtlichen Videoaufnahmen von fahrenden Formel 1 Autos zu erkennen, dass auch da der Frontflügel kleine seitliche Bewegungen macht und sich bei Belastung verformt. Daher können die Messungen trotz dieser Schwankungen als der Realität entsprechend angesehen werden. Mit dieser Erkenntnis wurde der Versuchsaufbau als zufriedenstellend eingestuft und das weitere Vorgehen bedurfte keine Veränderungen.

3.7 Anpassungen am Modell

Nach der experimentellen Untersuchung des ersten Modells wurden Anpassungen am Frontflügelprofil gemacht, um anschliessend einen Vergleich machen zu können. Dabei ist zu erwähnen, dass die Nase und die seitlichen Flügelteile bei sämtlichen Modellen identisch sind und lediglich die dazwischen liegenden Profile (in der untenstehenden Abb. 19 rot eingerahmt) verändert wurden. Da die Aerodynamik eine experimentelle Wissenschaft ist, mussten bei jeder Herangehensweise schrittweise Änderungen gemacht und simuliert werden, um herauszufinden, an welchem Punkt die Veränderung am effektivsten ist. Deshalb wurden zahlreiche Profile in CAD entworfen und wiederum in SimScale getestet, mit dem Ziel jenes zu finden, welches die höchste Gleitzahl (Kap. 2.6.5) aufweist. Das Berechnen der jeweiligen Gleitzahl fällt mit Hilfe der von der Simulation erstellen Kräftediagrammen leicht.

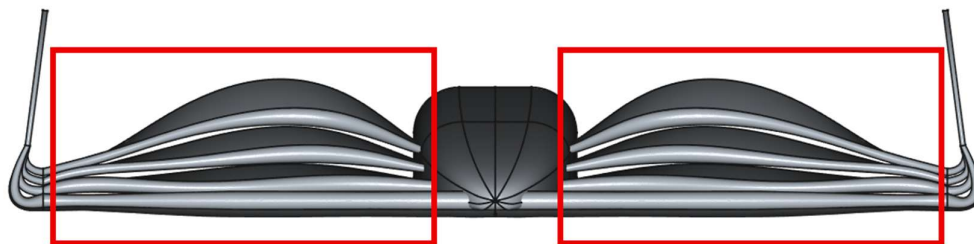


Abbildung 19 - Frontflügelprofil CAD (mit Rahmen)

Der erste Ansatz für die Verbesserung am Profil war die Variation des Anstellwinkels. Im ursprünglichen Modell war der Winkel am inneren und äusseren Ende des Profils null. Dazwischen standen die Teile unterschiedlich steil, der maximale Anstellwinkel betrug 25° . Durch einen höheren Anstellwinkel wird die Luft stärker nach oben abgelenkt, was nach dem zweiten newtonschen Axiom wiederum zu einer erhöhten Abtriebskraft führt. Da die Widerstandskraft

abhängig von der Fläche A ist, ist jedoch auch klar, dass ein erhöhter Anstellwinkel eine größere Fläche und dadurch auch mehr Widerstand zur Folge hat, während ein kleiner Anstellwinkel die Widerstandskraft senkt. Daher wurde sowohl eine Erhöhung wie auch eine Senkung des Anstellwinkels in Kombination mit den anderen beschriebenen Veränderungen am Profil ausgetestet.

Der zweite Ansatz lag darin, von dem in Kapitel 2.6.8 beschriebenen Coandă-Effekt Gebrauch zu machen. Dafür müssten sowohl die Unter- wie auch die Oberkanten der einzelnen Profile nach unten gewölbt sein. Die Querschnitte des Profils wurden also angepasst, sodass bei der Profilmströmung eine Zentripetalkraft entstehen sollte, welche den Abtrieb erhöht. Die Vermutung war, dass bei dieser Anpassung Abtrieb generiert werden kann, ohne den Widerstand erheblich zu erhöhen.

In einem Gespräch hatte der Betreuer Stefano Chiantese spontan die Idee, die Auswirkung der Veränderung der Höhe des Profils zu untersuchen. Dies bedeutet, dass die vertikalen Abstände zwischen den einzelnen Teilen vergrößert werden. Die größeren Zwischenräume würden es zulassen, dass mehr Luft zwischen den Profilen durchströmt. Eine Voraussage, welchen Einfluss dies auf die Widerstands- und Abtriebskraft haben würde, war schwer zu machen.

3.8 Zweites Modell

Bei den zahlreichen Simulationen hat sich gezeigt, dass eine Erhöhung der Radien einen positiven Effekt auf den Abtrieb hat. Unter den verschiedenen Anpassungen hat diejenige im mittleren Bereich das beste Ergebnis aufgewiesen. Eine weitere Erhöhung der Radien hat auch den Widerstand erheblich in die Höhe getrieben. Die Vergrößerung der Zwischenräume zwischen den Profilen hatte einen größeren Effekt auf den Widerstand als auf den Abtrieb, wodurch diese Herangehensweise nicht in die richtige Richtung führte und aus diesem Grund auch nicht weiterverfolgt wurde. Die alleinige Änderung des Anstellwinkels brachte die vermuteten Resultate. Die verschiedenen Herangehensweisen wurden auch in Kombination angewandt. Durch eine Verkleinerung des Anstellwinkels konnte die Fläche, welche massgebend für den Widerstand ist von 288.16 cm^2 auf 247.72 cm^2 gesenkt werden. Zusammen mit der maximalen Erhöhung der Radien führte dies dazu, dass zwar sowohl der simulierte Widerstand wie auch der Abtrieb kleiner waren als im ersten Modell. Ersterer allerdings deutlich stärker als zweiterer, wodurch dieses Modell die absolut beste Gleitzahl aufwies.

Somit sei an dieser Stelle nochmals betont, dass das Profil, für welches sich der Autor entschieden hat, zwar die höchste Gleitzahl aufwies, allerdings nicht den höchsten Abtrieb von allen simulierten Modellen hat. Dies zeigt unmissverständlich, dass in der Aerodynamik die Aussage, dass ein Profil das Beste sei, falsch ist. Ein Formel 1 Frontflügel muss ständig auf die Streckengegebenheiten sowie die Eigenschaften und Präferenzen des restlichen Autos angepasst werden. In dieser Arbeit hat es der Autor als am zielführendsten angesehen, die Gleitzahl als zu optimierender Parameter festzulegen.

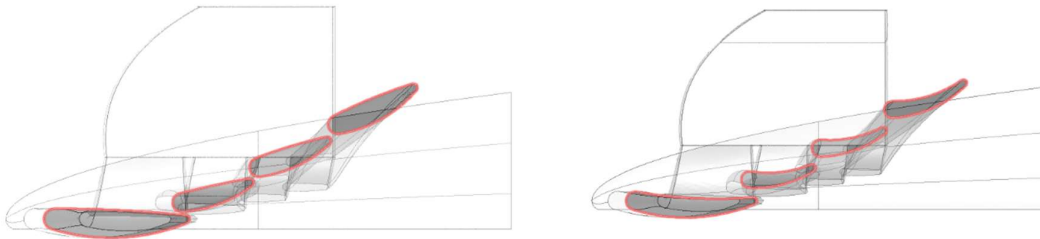


Abbildung 20 - Eingefärbte Seitenansicht Modell 1 (SimScale) Abbildung 21 - Eingefärbte Seitenansicht Modell 2 (SimScale)

In den Abbildungen 20 und 21 ist veranschaulicht, wie sich die Form des Flügelprofils verändert hat. Links das Flügelprofil des ersten Modells, rechts das optimierte zweite Flügelprofil.

3.9 Windkanalversuch 2

Als das verbesserte Modell gedruckt, verklebt und geschliffen war, wurde es im Windkanal getestet. Dabei wurde ein besonderes Augenmerk darauf gelegt, dass der zweite Versuch unter den gleichen Bedingungen durchgeführt wurde, wie der erste. Nur dies garantierte, dass systematische Messfehler so weit wie möglich vermieden werden konnten. Es wurden dieselben Messungen in Form von Rampen gemacht, wie beim ersten Versuch. Somit wurde die Grundlage für den anschließenden Vergleich geschaffen.

Als die Windgeschwindigkeiten erhöht wurden, kam es vor, dass das Modell nach hinten gekippt ist, wodurch es dann nur noch minimalen Kontakt zum Sensor, der den Abtrieb messen sollte, hatte. Dies machte die Messungen unbrauchbar. Begründen lässt sich dieses Kippen damit, dass sich der Schwerpunkt bei der veränderten Flügelgeometrie nach hinten verlagert, wenn die Windgeschwindigkeiten erhöht werden. Um das Kippen zu verhindern, wurden neben den seitlichen Drähten, welche gleich wie im ersten Versuch befestigt waren, auch solche an der Nase befestigt, damit sich diese nicht so weit von der unteren Platte entfernen konnte, dass das Modell nach hinten kippte.

An diesem Tag erlaubte der zuständige Betreuer vor Ort das Erhöhen der Windgeschwindigkeiten über diejenigen im ersten Versuch hinaus. So erzeugte das Modell bei einer Windgeschwindigkeit von ungefähr 42 m/s (bei 850 rpm) 85.48 N Abtrieb bei nur 10.94 N Widerstand. Als die Motorendrehzahl auf 950 rpm erhöht wurde, hielten die Drähte der Belastung nicht mehr Stand, wodurch das Modell seitlich, sowie auch vertikal ausschlagen konnte und die Messungen nicht mehr aussagekräftig waren.

Die untenstehende Statistik wurde, so wie schon beim ersten Versuch, mit zwei Standardfehlern gemacht. Die Standardabweichung bei 750 rpm, was hier 35.96 m/s entspricht, liegt bei 3.90 für den Widerstand und 5.66 für den Abtrieb.

v [m/s]	F_w [N]	F_A [N]	c_w	c_A	ϵ
22.342257	[6.31202701, 6.37103912]	[20.0414743, 20.1275127]	[0.84915921, 0.85741186]	[2.69687035, 2.71121014]	[3.16070219, 3.17724715]
27.2583886	[7.25412041, 7.32897207]	[31.2997476, 31.3856523]	[0.65768003, 0.6651516]	[2.83564665, 2.85001624]	[4.29000222, 4.30619819]
31.8446614	[10.0584, 10.2224629]	[44.0861237, 44.1881746]	[0.66116199, 0.68343053]	[2.92117509, 2.93271041]	[4.34563402, 4.36166636]
35.9593924	[13.1584628, 13.3602211]	[58.3717746, 58.6648336]	[0.68730984, 0.69835206]	[3.06151034, 3.08812671]	[4.42364218, 4.45245819]
42.0018482	[10.8321885, 11.0502287]	[85.3844307, 85.5655696]	[0.41464013, 0.42338615]	[3.26897564, 3.28992069]	[7.81525088, 7.83794863]

Auf eine detailliertere Analyse und zahlreiche Abbildungen der Resultate aus dem zweiten Windkanalversuch sowie aus der Simulation des zweiten Modells wird im Rahmen dieser Arbeit verzichtet. Es kann davon ausgegangen werden, dass sämtliche Ergebnisse, auf welche in diesem und dem folgenden Abschnitt nicht explizit eingegangen wird den Ausführungen und Erkenntnissen aus dem ersten Versuch entsprechen.

3.10 Vergleich der beiden Modelle

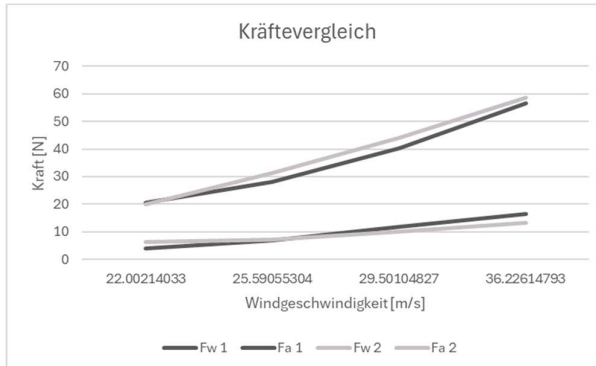


Abbildung 22 - Vergleich der Kräfte bei den verschiedenen Geschwindigkeiten

In der Grafik rechts kann man sehen, dass das zweite Modell (hell) bei niedrigen Windgeschwindigkeiten schlechter abschneidet als das erste (dunkel). Es hat sowohl den grösseren Widerstand wie auch den niedrigeren Abtrieb. Bei zunehmenden Geschwindigkeiten liefert das verbesserte Modell aber in beiden Aspekten bessere Werte. Da Formel 1 Autos durchgehend in

hohen Geschwindigkeitsbereichen fahren, ist das Verhalten bei höheren Geschwindigkeiten von grösserer Bedeutung. Somit kann gesagt werden, dass mit den Anpassungen des Frontflügelmodells in aerodynamischer Hinsicht auf jeden Fall eine Verbesserung gelungen ist. Die Gleitzahl konnte bei der konstanten Motorendrehzahl von 750 rpm von 3.43 auf 4.41 gesteigert werden.

Im Gegensatz zum ersten Modell, bei dem eine höhere Widerstandskraft gemessen wurde als von der Simulation vorausgesagt, verhielt sich das verbesserte zweite Modell im Windkanal besser als in SimScale. Der simulierte Wert war nämlich 11.61 % höher als die durchschnittlich gemessenen 13.26 Newton. Beim Abtrieb gab es erneut grosse Unterschiede, welche auf dieselbe Ursache zurückzuführen sind wie beim ersten Versuch.

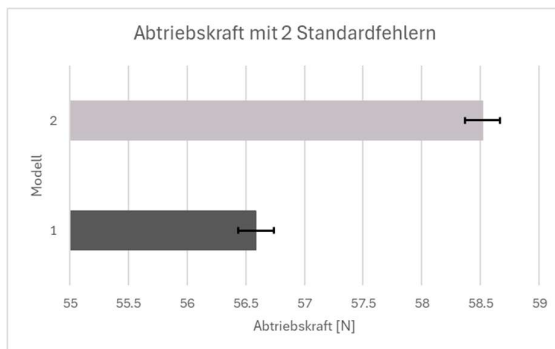


Abbildung 23 - Vergleich der Abtriebskraft bei 750 rpm

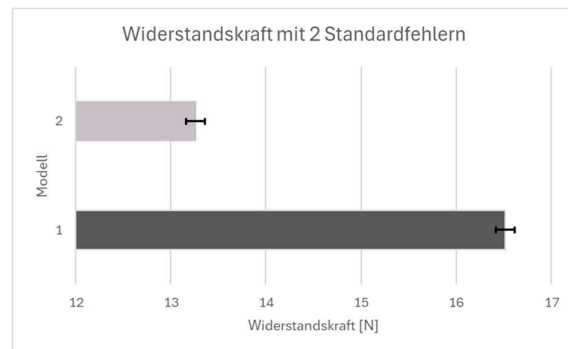


Abbildung 24 - Vergleich der Widerstandskraft bei 750 rpm

Die Standardabweichungen des Widerstands und des Abtriebs waren im zweiten Versuch etwas kleiner als im ersten. Auch von Auge schien sich das verbesserte Flügelprofil etwas stabiler zu Verhalten. Die Diagramme in Abbildungen 23 und 24 zeigen ungefähr das Konfidenzintervall für die wahren Werte, welches in den Statistiken berechnet wurde. Hier wird erkennbar, dass

sich die Konfidenzintervalle nicht überlappen, was zu bedeuten hat, dass die Unterschiede mit Gewissheit nicht auf Messfehler zurückzuführen sind.

Wenn die Unterschiede der beiden Modelle zwischen dem Windkanal und der Simulation verglichen werden, kann gesagt werden, dass die Verbesserungen am Modell in der Praxis mehr ins Gewicht gefallen sind als in der Simulation. Anstatt einer Verminderung des Widerstands um 3.41% war die zweite Messung um 19.73% kleiner als die erste. Und im Gegensatz zu der erwarteten, wenn auch minimalen, Verkleinerung des Abtriebs, leistete das zweite Modell 3.41% mehr Abtrieb. Die Messungen waren also in einem positiven Sinn überraschend. Die Unterschiede bringen einen allerdings auch zur Erkenntnis, dass die Theorie und die Praxis in diesem Fall nicht gänzlich übereinstimmen. Und auch wenn die Resultate sicherlich durch die Verwendung spezialisierter Software und eines auf dieses Experiment ausgelegten Versuchsaufbaus weiter aneinander angenähert werden könnten, kann für die Aerodynamik in der Formel 1 konstatiert werden, dass jegliche Veränderungen immer in der Praxis getestet werden müssen, um ihre genaue Auswirkung herauszufinden.

3.11 Fehleranalyse

Bei allen physikalischen Experimenten müssen die möglichen Fehler analysiert werden. Dabei wird zwischen systematischen und zufälligen Messfehlern unterschieden. Zufällige Messfehler sind nicht vermeidbar, ihre Auswirkung auf das Resultat wird aber kleiner, wenn die Anzahl Messungen steigt. Da die Sensoren im Windkanal Messungen mit einer hohen Frequenz erzeugt haben, fallen die zufälligen Messfehler nicht ins Gewicht. Systematische Messfehler sind vermeidbare Fehler, die meist beim Versuchsaufbau entstehen. Sie können durch sorgfältiges Arbeiten verringert werden. Ein Faktor, welcher die Messung der Widerstandskraft hätte beeinflussen können, ist die Reibung zwischen der Auflagefläche am Sensor und dem Modell. Angesichts der geringen Abweichung von der Simulation konnte diese aber erfolgreich minimiert werden. Die Messung der Abtriebskraft wurde, wie schon im Anschluss an den ersten Windkanalversuch besprochen, sicherlich von den seitlichen Schwankungen beeinflusst. Die Resultatauswertung dieser Arbeit wurde davon aber nur in einem vernachlässigbaren Ausmass beeinflusst, da der Fokus primär auf den Vergleich zweier Modelle gelegt wurde, welche beide unter denselben Bedingungen getestet wurden.

4 Reflexion

Diese Arbeit gibt einen grundlegenden Einblick, wie die Aerodynamik eines Objekts verbessert werden kann. Der Versuch zeigt, dass die Strömungslehre eine experimentelle Wissenschaft ist, was bedeutet, dass die Theorie nur ein Modell ist, welches versucht die Praxis zu erklären. In der vorliegenden Arbeit erfüllte dieses Modell den Zweck, ein grundlegendes Verständnis des Verhaltens von Profilumströmungen zu schaffen. Dass diese Annäherungen allerdings nicht in allen Fällen exakt sind, sieht man in den Resultaten des experimentellen Teils dieser Arbeit. Beim Schreiben dieser Arbeit hatte der Autor die Möglichkeit, wissenschaftliches Arbeiten mit seinem ausserschulischen Interesse an der Formel 1 zu verbinden. Er hatte die Chance, ein physikalisches Experiment durchzuführen, welches den Umfang sowie die Präzision, mit welcher man sich normalerweise auf gymnasialer Stufe zufriedenstellt, überbietet. Zusätzlich konnte er die Grundlagen des CAD-Zeichnens erlernen, welche in diversen für ihn reizvollen Studienrichtungen genutzt werden können, seien es Ingenieurwissenschaften oder auch die Architektur. Eine grosse Problematik, welche dem Voranschreiten dieser Arbeit einige Zeit im Weg stand, war das Drucken des 3D-Modells. Auch in die Berechnung der Fläche A wurde viel Zeit investiert, ohne dass das Ziel eigenständig erreicht werden konnte. Beide Hürden konnten erst überwunden werden, als sich der Autor an Dritte mit entsprechendem Fachwissen bzw. Zugriff auf spezialisierte Software wandte. Die Erkenntnis, dass es in solchen Situationen von Vorteil ist, sich frühzeitig an Personen mit fachspezifischem Wissen zu wenden, nimmt der Autor für die Zukunft mit.

Keine grössere Herausforderung stellte hingegen die Beschaffung und das Verständnis der notwendigen theoretischen Grundlagen dar, obschon die theoretischen Grundlagen in der Aerodynamik die Kenntnisse eines Maturanden bzw. einer Maturandin doch deutlich übertreffen dürften. Hier zeigt sich deutlich, dass die gymnasiale Grundausbildung die Studierenden darin befähigt, eingearbeitete Lernmethoden auf weiterführende Themenbereiche anzuwenden.

4.1 Verbesserungsmöglichkeiten

Zweifelsfrei hat jede Arbeit Verbesserungsmöglichkeiten. In der vorliegenden Arbeit findet man solche besonders im experimentellen Teil. Einige davon, welche im Rahmen dieser Arbeit realisierbar gewesen wären, sind folgende:

- Die Bohrungen für die Aufhängung des Modells waren nicht präzise. Durch das Einbeziehen dieser Vorrichtungen in den 3D-Druck hätte deren Genauigkeit erhöht werden können.
- Es hätte eine Messung oder eine photographische Beobachtung einer möglichen Verformung des Profils im Windkanal gemacht werden sollen. Falls die Modelle nicht formstabil waren, könnten die Unterschiede zur Simulation auch auf diese Eigenschaft zurückzuführen sein.
- Der Versuch, die Profilmströmung mit Hilfe einer Partyrauchmaschine zu veranschaulichen, ist gescheitert. Dies hätte man vorhersehen können und sich Gedanken zu einer sichereren, respektive wissenschaftlicheren Option machen können.

4.2 Mögliche Weiterführungen

Die zentrale Aussage lautet: Die Aerodynamik ist eine experimentelle Wissenschaft. Für den Formel 1 Frontflügel bedeutet dies, dass es nie einen unbestreitbar besten Frontflügel geben wird. Das vorliegende Modell könnte auf zahlreiche Weisen weiter verbessert werden. In dieser Arbeit wurde entschieden, die Optimierung der Gleitzahl als massgebende Variable festzulegen. In einer Weiterführung wäre es interessant, die Abtriebskraft als determinierenden Faktor festzulegen oder einen minimalen Widerstand anzustreben.

Diese Arbeit beschränkt sich auch auf wenige der unzähligen Herangehensweisen zur Veränderung des Profils. Eine naheliegende Fortsetzung in diesem Bereich wäre es, die Profile dünner zu gestalten, wodurch vermutlich die Widerstandskraft verringert werden könnte.

Was den theoretischen Teil betrifft ist die Navier-Stokes-Gleichung ein faszinierendes Thema, mit dem sich der Autor im anfänglichen Erlernen der Theorie befasst hat, im Anschluss allerdings nicht anwenden konnte. Einen Einblick in die Navier-Stokes-, sowie die Euler-Gleichung lässt sich im Anhang dieser Arbeit finden.

5 Bibliographie

- [1] [Der Frontflügel: Eine entscheidende Komponente der Formel-1-Aerodynamik - Las Motorsport](#)
- [2] [Übersicht über die Strömungslehre | LEIFIphysik](#)
- [3] [V05-Strömungslehre.pdf](#)
- [4] [BERNOULLI-Gleichung | LEIFIphysik](#)
- [5] [Stromlinie](#)
- [6] [Kontinuitätsgleichungen | LEIFIphysik](#)
- [7] [BERNOULLI-Gleichung | LEIFIphysik](#)
- [8] [Strömungswiderstand und \$C_w\$ -Wert | LEIFIphysik](#)
- [9] [Anpressdruck – Wikipedia](#)
- [10] [Dynamischer Auftrieb und \$C_A\$ -Wert | LEIFIphysik](#)
- [11] [rein_stroemungsmechanik.pdf;jsessionid=21B95C6779C5BCC478E59D4F9C6CA9F4.pdf](#)
- [12] [Die Euler-Gleichung - Erklärung & Herleitung \(Strömungsmechanik\)](#)
- [13] [Die Navier-Stokes-Gleichung EINFACH erklärt! \(Physik\)](#)
- [14] [Herleitung der Navier-Stokes-Gleichung \(Strömungsmechanik\)](#)
- [15] [\(Computational Fluid Dynamics \(CFD\) Simulation Software | SimScale\)](#)
- [16] Georg Bräunling, Handbuch der Aerodynamik, Physikalisch-mathematische Grundlagen, München: Carl Hanser Verlag 2023
- [17] [Formula 1 Front Wing Design Exercise.pdf](#)
- [18] [F1 Front Wing CAD Tutorial | FreeCAD 1.0](#)
- [19] [F1 - The Official Home of Formula 1® Racing](#)

5.1 Abbildungsverzeichnis

Abbildung 1 - Coandă-Effekt	16
Abbildung 2 - Profilmströmung normal zur Strömungsrichtung [16].....	16
Abbildung 3 - Frontflügel CAD	18
Abbildung 4 - Eigenhändige Skizzen von Querschnitten.....	18
Abbildung 5 - Fläche A des ersten Frontflügelmodells.....	20

Abbildung 6 - Aufsicht im Windkanal	20
Abbildung 7 - Seitenansicht im Windkanal.....	20
Abbildung 8 - Abtriebssensor im Windkanal	20
Abbildung 9 - Kräftediagramm der Rampe auf 750 rpm	22
Abbildung 10 - Diagramm Koeffizienten.....	23
Abbildung 11 - Diagramm Kräfte	23
Abbildung 12 - Kräfte während des Bremsvorgangs	24
Abbildung 13 - Widerstand während des Beschleunigungsvorgangs	24
Abbildung 14 - Abtrieb während des Beschleunigungsvorgangs	24
Abbildung 15 - Lokale Geschwindigkeiten (SimScale).....	25
Abbildung 16 - Lokaler Druck (SimScale).....	25
Abbildung 17 - Particle Trace Seitenansicht (SimScale)	25
Abbildung 18 - Particle Trace Frontansicht (SimScale).....	25
Abbildung 19 - Frontflügelprofil CAD (mit Rahmen)	26
Abbildung 20 - Eingefärbte Seitenansicht Modell 1(SimScale)	28
Abbildung 21 - Eingefärbte Seitenansicht Modell 2 (SimScale)	28
Abbildung 22 - Vergleich der Kräfte bei den verschiedenen Geschwindigkeiten	30
Abbildung 23 - Vergleich der Abtriebskraft bei 750 rpm	30
Abbildung 24 - Vergleich der Widerstandskraft bei 750 rpm	30
Abbildung 25 - Skizze Navier-Stokes-Gleichung	38
Abbildung 26 - Modellierung 1 (GeoGebra).....	41
Abbildung 27 - Modellierung 2 (GeoGebra).....	41
Abbildung 28 - Fläche A des zweiten Modells	42
Abbildung 29 - Kräftediagramm Modell 1 (SimScale).....	42
Abbildung 30 - Kräftediagramm Modell 2 (SimScale).....	43
Abbildung 31 - Ausschnitt der Datenaufzeichnung im Windkanal.....	43

6 Danksagung

Der Autor dieser Arbeit möchte sich zum Schluss bei allen bedanken, die zum Gelingen dieser Arbeit beigetragen haben. Herzlichen Dank an:

- Die Hochschule Luzern, insbesondere an Herr Kilian Arnold, Herr Phillip Lustenberger und Herr Yannick Thürlemann, für das Ermöglichen und Begleiten der Tests im Windkanal.
- Frau Ruth Jossen, die tatkräftig bei den Bemühungen mitgeholfen hat, das Modell im 3D-Drucker der Kantonsschule Sursee zu drucken.
- Herr Benjamin Schaad der den 3D-Druck unkompliziert und verlässlich ermöglicht hat, sowie Thomas Willi, welcher dem Autor diesen Kontakt vermittelt und auch eigenhändig zur Organisation des Ganzen beigetragen hat.
- Die LIGNO in-Raum AG, namentlich Tanja Beck, welche mit ihrem Zugriff auf eine geeignete Software die Berechnung der Fläche möglich gemacht und ausgeführt hat.
- Judith und Peter Kunz für das Einbringen sprachlicher Feinheiten.

Herr Dr. rer. nat. Chiantese Stefano verdient ein besonderes Dankeschön für das Einbringen seines Fachwissens und sein besonderes Engagement, ohne welches eine solche Arbeit nicht möglich gewesen wäre.

7 Anhang

7.1 Navier-Stokes-Gleichung

Das Ziel dieser Differenzialgleichung zweiter Ordnung ist es, ein Strömungsfeld berechnen zu können. Sie beschreibt die Bewegung eines Fluidteilchens mit dem Volumen $dV = dx dy dz$. Die Navier-Stokes-Gleichung gilt nur in inkompressiblen Fluiden.

Nach dem zweiten newtonschen Axiom muss für dieses Teilchen $F = ma$ gelten. Um die Navier-Stokes-Gleichung zu erhalten müssen von hier aus nur noch die wirkenden Kräfte und die Beschleunigung berechnet werden. Auf das Fluidteilchen wirken drei Kräfte: die Schwerkraft F_G , die Druckgradientenkraft F_P und die Reibungskraft F_R .

Die Navier-Stokes-Gleichung ist nichts anderes, als eine Umformung der Gleichung

$$ma = F_G + F_P + F_R. \quad (36)$$

Die Schwerkraft F_G berechnet sich aus der Masse und der Erdbeschleunigung:

$$\vec{F}_G = m\vec{g} = \rho dV \vec{g} \quad (37)$$

Die Druckgradientenkraft F_P setzt sich aus der Druckgradientenkraft aller drei Koordinaten zusammen. Betrachtet man zuerst den Druckgradienten in der x -Richtung, so berechnet man folgendes:

$$F_P = pA \quad (38)$$

Bei der Betrachtung der x -Richtung entspricht A der Fläche $dy dz$. Da wir den Gradienten suchen, subtrahieren wir die Druckgradientenkraft an der Stelle $(x + dx)$ von demjenigen an der Stelle (x) .

$$F_{P,x} = dy dz \cdot (p(x) - p(x + dx)) \quad (39)$$

$$= dx dy dz \cdot \frac{p(x + dx) - p(x)}{dx} \quad (40)$$

Der erste Teil dieser Gleichung entspricht dem Volumen dV , während der zweite Teil nichts anderes ist als die Ableitung des Drucks p nach x .

$$F_{P,x} = -dV \cdot \frac{\partial p}{\partial x} \quad (41)$$

Dies kann für die anderen Koordinaten übernommen werden.

$$F_{p,y} = -dV \cdot \frac{\partial p}{\partial y} \quad (42)$$

$$F_{p,z} = -dV \cdot \frac{\partial p}{\partial y} dV \cdot \frac{\partial p}{\partial z} \quad (43)$$

Die Druckgradientenkraft F_P kann jetzt als Vektor geschrieben werden.

$$\vec{F}_P = -d\vec{V} \cdot \begin{pmatrix} \partial p / \partial x \\ \partial p / \partial y \\ \partial p / \partial z \end{pmatrix} = -dV \cdot \begin{pmatrix} \partial / \partial x \\ \partial / \partial y \\ \partial / \partial z \end{pmatrix} \cdot p = -dV \cdot \vec{\nabla} \cdot p \quad (44)$$

Die Reibungskraft muss für jede Koordinate nach jeder Koordinate einzeln berechnet werden. Beispielsweise erfährt ein Teilchen, welches sich nach z bewegt Reibung in x - wie auch in y -Richtung. Diese beiden Komponenten müssen separat abgeleitet werden. Die Skizze zeigt die Ableitung der Geschwindigkeit in z -Richtung v_z nach dx .

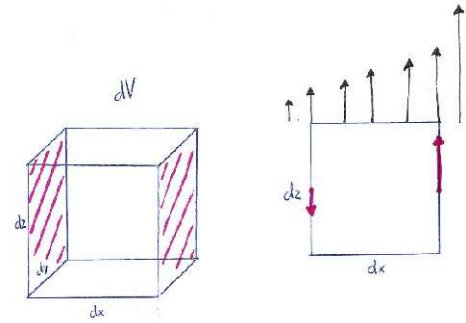


Abbildung 25 - Skizze Navier-Stokes-Gleichung

F_R entspricht dem Produkt der Viskosität η , der Fläche A und der Geschwindigkeit v . Um die oben skizzierte und beschriebene Reibung $F_{R,z,x}$ zu berechnen, muss dafür die partielle Ableitung der Geschwindigkeit v_z nach x genommen werden. A entspricht dabei $dydz$.

$$F_{R,z,x} = \eta \cdot A \cdot \frac{\partial v_z}{\partial x} dx \quad (45)$$

$$F_{R,z,x} = \eta \cdot dydz \cdot \frac{\partial v_z}{\partial x} (x + dx) - \eta \cdot dydz \cdot \frac{\partial v_z}{\partial x} (x) \quad (46)$$

An dieser Stelle wird dasselbe Verfahren verwendet, wie schon zur Berechnung der Druckgradientenkraft.

$$F_{R,z,x} = \eta \cdot dx dy dz \frac{\frac{\partial v_z}{\partial x} (x + dx) - \frac{\partial v_z}{\partial x} (x)}{dx} \quad (47)$$

Hier entspricht der hinterste Term der Gleichung der zweiten Ableitung von v_z nach x .

$$F_{R,z,x} = \eta \cdot dV \cdot \frac{\partial^2 v_z}{\partial x^2} \quad (48)$$

Um die gesamte Reibungskraft der z -Richtung zu erhalten, werden dieselben Ableitungen nach y und z addiert.

$$F_{R,z} = \eta \cdot dV \cdot \left(\frac{\partial^2 v_z}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v_z}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 v_z}{\partial z^2} \right) \quad (49)$$

Mit dem Laplace-Operator kann dies noch einfacher geschrieben werden.

$$F_{R,z} = \eta \cdot dV \cdot \Delta v_z \quad (50)$$

Wenn dieselben Umformungen auch für die verbleibenden beiden Richtungen x und y gemacht werden, erhält man die gesamte Reibungskraft $\vec{F}_R$.

$$\vec{F}_R = \eta \cdot dV \cdot \begin{pmatrix} \Delta v_x \\ \Delta v_y \\ \Delta v_z \end{pmatrix} \quad (51)$$

$$\vec{F}_R = \eta \cdot dV \cdot \Delta \vec{v} \quad (52)$$

Die Beschleunigung wird als $a = \frac{d\vec{v}}{dt}$ definiert. $\vec{v}$ ist abhängig von x , y , z und t , wobei die einzelnen Koordinaten ebenfalls von der Zeit abhängen, also $\vec{v}(x(t), y(t), z(t), t)$. Die Gleichung $a = \frac{d\vec{v}}{dt}$ wird entsprechend abgeleitet:

$$\frac{d\vec{v}}{dt} = \frac{\partial \vec{v}}{\partial t} + \frac{\partial v}{\partial x} \frac{dx}{dt} + \frac{\partial v}{\partial y} \frac{dy}{dt} + \frac{\partial v}{\partial z} \frac{dz}{dt} \quad (53)$$

$\frac{dx}{dt}$, $\frac{dy}{dt}$ und $\frac{dz}{dt}$ entsprechen dabei $\vec{v}$ in die entsprechende Richtung. Die Formel lässt sich demnach umformen:

$$\vec{a} = \frac{\partial \vec{v}}{\partial t} + \begin{pmatrix} \partial v / \partial x \\ \partial v / \partial y \\ \partial v / \partial z \end{pmatrix} \cdot \vec{v} \quad (54)$$

$$\vec{a} = \frac{\partial \vec{v}}{\partial t} + (\vec{v} \cdot \vec{\nabla}) \cdot \vec{v} \quad (55)$$

Die einzeln umgeformten Teile müssen jetzt in die ursprüngliche Gleichung $m\vec{a} = F_G + F_P + F_R$ (36) übertragen werden, wobei $m = \rho dV$.

$$\rho dV \cdot \left(\frac{\partial \vec{v}}{\partial t} + (\vec{v} \cdot \vec{\nabla}) \cdot \vec{v} \right) = \rho dV \vec{g} - dV \cdot \vec{\nabla} \cdot p + \eta \cdot dV \cdot \Delta \vec{v} \quad (56)$$

$$\rho \cdot \left(\frac{\partial \vec{v}}{\partial t} + (\vec{v} \cdot \vec{\nabla}) \cdot \vec{v} \right) = \rho \vec{g} + \vec{\nabla} p + \eta \cdot \Delta \vec{v} \quad (57)$$

7.1.1 Euler-Gleichung

Eine im Kontext der Navier-Stokes-Gleichung ebenfalls häufig anzutreffende Gleichung ist die Euler-Gleichung. Sie ist mit der Navier-Stokes-Gleichung identisch, vernachlässigt aber die Reibung. Die Euler-Gleichung ist also bei reibungsfreien Fluiden anwendbar. Durch diese Vernachlässigung ist diese Differenzialgleichung erster Ordnung leichter zu lösen, als die Navier-Stokes-Gleichung.

$$\rho \cdot \left(\frac{\partial \vec{v}}{\partial t} + (\vec{v} \cdot \vec{\nabla}) \cdot \vec{v} \right) = \rho \vec{g} + \vec{\nabla} p \quad (58)$$

$$\frac{\partial \vec{v}}{\partial t} + (\vec{v} \cdot \vec{\nabla}) \cdot \vec{v} = \vec{g} + \frac{1}{\rho} \vec{\nabla} p \quad (59)$$

7.2 Mittelwerte der Kräfte und Koeffizienten (ohne Statistik)

Modell 1:

rpm	v [m/s]	F_w [N]	F_A [N]	c_w	c_A	€
450	22.0021403	3.92091762	20.5827824	0.4668653	2.45080053	5.24948097
550	25.590553	7.01182286	28.0720273	0.61717075	2.47086023	4.00352774
650	29.5010483	11.7787611	40.227713	0.7801147	2.66430654	3.41527538
750	36.2261479	16.516002	56.5875088	0.72542807	2.48547847	3.42622318
Mittelwert				0.64739471	2.51786144	3.88922154

Modell 2:

	v [m/s]	F_w [N]	F_A [N]	c_w	c_A	ϵ
450	22.342257	6.34153306	20.0844935	0.8783564	2.78187359	3.16713534
550	27.2583886	7.29154624	31.3427	0.74656334	3.20910133	4.29849842
650	31.8446614	10.1404314	44.1371491	0.78124618	3.40044496	4.35259086
750	35.9593924	13.2593419	58.5183041	0.67746057	2.9898802	4.41336413
Mittelwert				0.77090662	3.09532502	4.01517503

7.3 Modellierungen in GeoGebra

Von den zahlreichen Modellierungen, welche zur Verbesserung des nach Anleitung gezeichneten Profils dienten, werden zwei erfolgreiche Beispiele hier abgebildet.

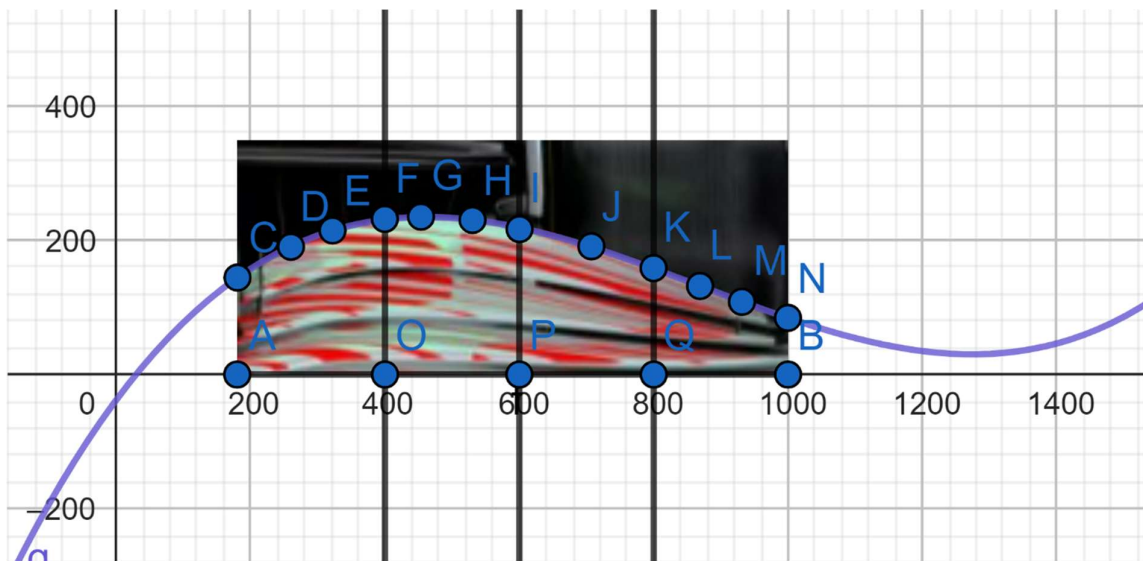


Abbildung 26 - Modellierung 1 (GeoGebra)

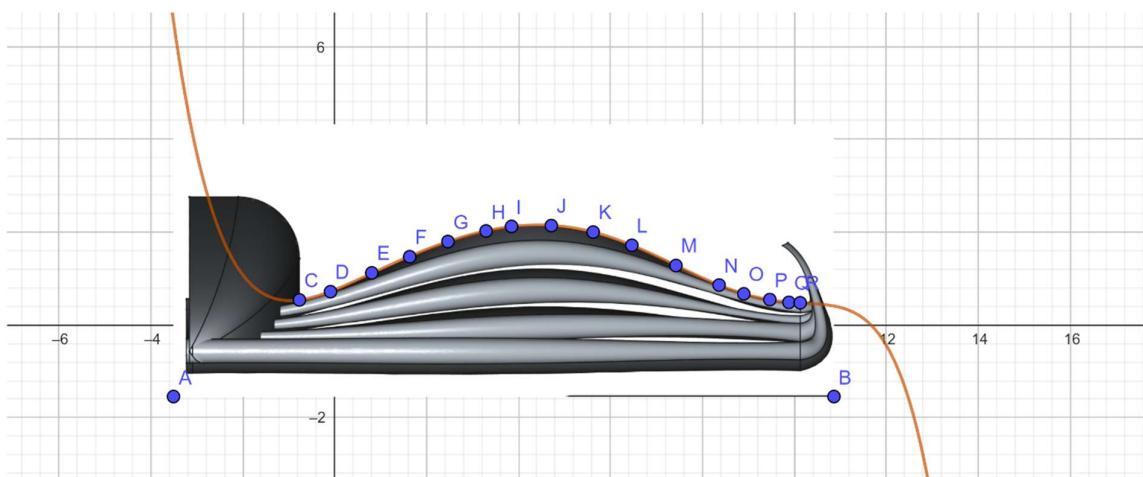


Abbildung 27 - Modellierung 2 (GeoGebra)

7.4 Fläche A des zweiten Modells

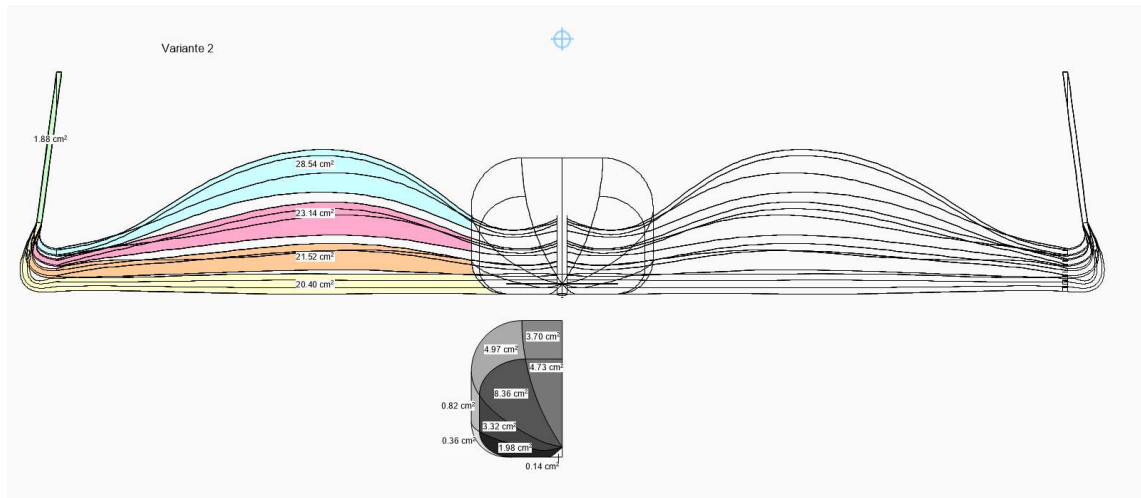


Abbildung 28 - Fläche A des zweiten Modells

7.5 Kräfte diagramme von SimScale

Die folgenden Diagramme zeigen von SimScale erstellte Kräfte diagramme während der Simulation. Zu sehen sind die Widerstandskraft (rot) und die Abtriebskraft (gelb). Die Abtriebskraft ist negativ, da die Kraft im verwendeten Koordinatensystem nach unten gerichtet ist.

Frontflügelmodell 1:

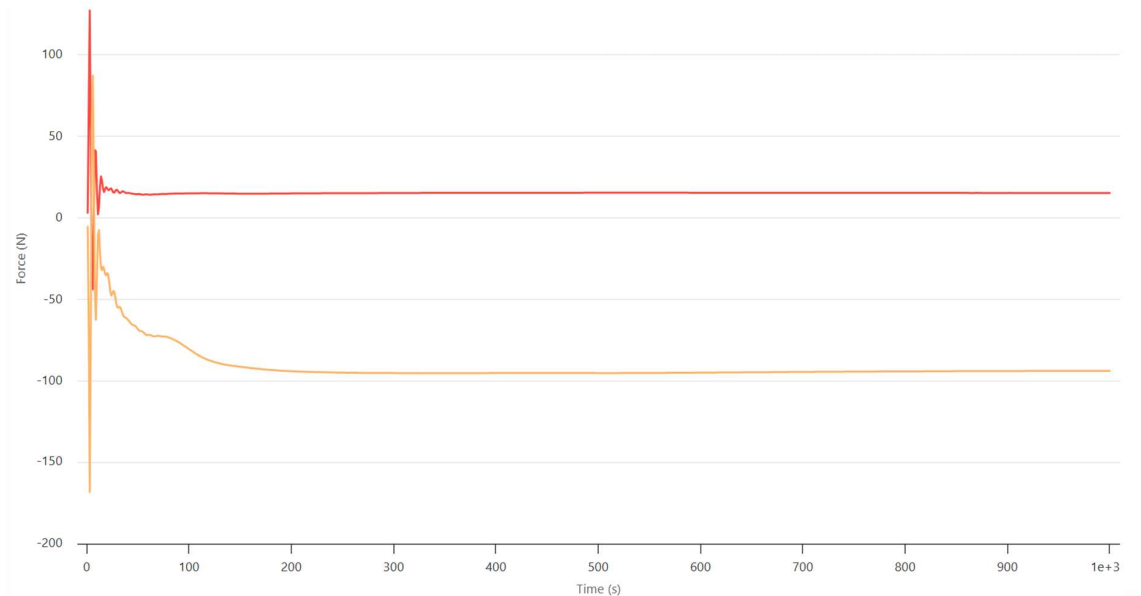


Abbildung 29 - Kräfte diagramm Modell 1 (SimScale)

Frontflügelmodell 2:

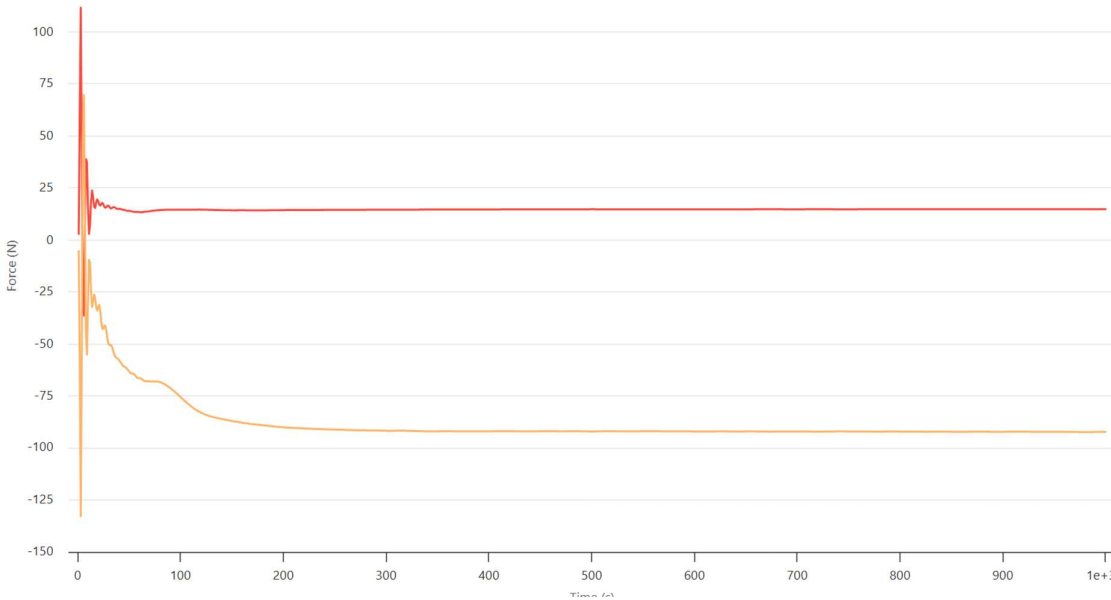


Abbildung 30 - Kräftediagramm Modell 2 (SimScale)

7.6 Exemplarischer Ausschnitt der Datenaufzeichnung

Die untenstehende Tabelle stellt einen exemplarischen Abschnitt der Datenaufzeichnung im Windkanal dar. Sämtliche Datenaufzeichnungen wurden in diesem Format angefertigt und mussten im Anschluss an die Experimente ausgewertet werden.

Zeitachse [s]	YYYYMMDD	HH	MM	SS.ms	DMS 1 [N]	DMS 2 [N]	DMS 3 [N]	DMS 4 [N]	Motorgeschw	Windgeschw	Temperatur [°C]	Druck 1 [Pa]	Druck 2 [Pa]	Druck 3 [Pa]	Druck 4 [Pa]	Druck 5 [Pa]	Druck 6 [Pa]
138.083	20250813	11	50	50.083	3.649337	5.084958	5.969505	59.84207	749.9927	37.47437	27.94403	0	0	0	0	0	-66.8335
138.088	20250813	11	50	50.088	3.545663	5.707604	6.845575	60.25407	749.9927	37.69226	28.58032	0	0	0	0	0	-54.62647
138.093	20250813	11	50	50.093	3.462723	6.081194	7.354919	60.35707	749.9927	37.42859	27.92114	0	0	0	0	0	-11.59668
138.098	20250813	11	50	50.098	3.379784	6.205723	7.558656	61.07805	749.9927	37.54028	28.69476	0	0	0	0	0	50.35401
138.103	20250813	11	50	50.103	3.338315	6.018928	7.273424	61.59304	749.9927	42.85401	28.56659	0	0	0	0	0	-25.63477
138.108	20250813	11	50	50.108	3.296845	5.583075	6.601091	61.07805	749.9927	42.59949	28.37433	0	0	0	0	0	-14.343262
138.113	20250813	11	50	50.113	3.255375	5.022693	5.643525	60.76906	749.9927	42.61048	28.28735	0	0	0	0	0	-10.986328
138.118	20250813	11	50	50.118	3.23464	4.337781	4.502595	60.15106	749.9927	42.78626	28.69019	0	0	0	0	0	35.09522
138.123	20250813	11	50	50.123	3.213905	3.673622	3.585777	58.91509	749.9927	42.54639	27.99439	0	0	0	0	0	-50.96436
138.128	20250813	11	50	50.128	3.151701	3.175504	3.096808	58.70909	749.9927	42.83203	28.65814	0	0	0	0	0	9.155273
138.133	20250813	11	50	50.133	3.027291	2.947199	3.096808	58.09111	749.9927	42.71851	27.97608	0	0	0	0	0	-15.563965
138.138	20250813	11	50	50.138	2.840678	3.11324	3.504283	58.40011	749.9927	42.70203	28.37433	0	0	0	0	0	11.59668
138.143	20250813	11	50	50.143	2.550389	3.445319	4.054374	59.43008	749.9927	42.87232	28.92365	0	0	0	0	0	-3.967285
138.148	20250813	11	50	50.148	2.260101	3.735887	4.461849	60.04807	749.9927	42.28638	28.31024	0	0	0	0	0	-74.46289
138.153	20250813	11	50	50.153	1.990547	4.067966	4.767454	61.18106	749.9927	42.57396	28.16834	0	0	0	0	0	0.3051758
138.158	20250813	11	50	50.158	1.783199	4.358535	4.91007	60.97505	749.9927	42.83936	28.52997	0	0	0	0	0	-28.66652
138.163	20250813	11	50	50.163	1.70026	4.752879	5.154556	60.76906	749.9927	42.45667	27.99896	0	0	0	0	0	-24.10889
138.168	20250813	11	50	50.168	1.679524	5.334017	5.684272	60.35707	749.9927	42.89246	28.63526	0	0	0	0	0	-33.26416
138.173	20250813	11	50	50.173	1.845404	5.811378	6.27511	59.84207	749.9927	42.93274	28.09509	0	0	0	0	0	-11.291504
138.178	20250813	11	50	50.178	2.094222	5.956665	6.784455	59.63607	749.9927	42.40174	28.09509	0	0	0	0	0	-6.408692
138.183	20250813	11	50	50.183	2.42598	5.666096	6.886323	59.53308	749.9927	42.79358	28.07678	0	0	0	0	0	-31.12793
138.188	20250813	11	50	50.188	2.861412	5.001938	6.438101	59.22409	749.9927	42.8357	28.52997	0	0	0	0	0	-30.2124
138.193	20250813	11	50	50.193	3.213905	4.21325	5.684272	59.84207	749.9927	42.76428	28.28278	0	0	0	0	0	-75.98877
138.198	20250813	11	50	50.198	3.441989	3.569848	4.950818	60.46006	749.9927	42.45301	28.38349	0	0	0	0	0	-40.2832
138.203	20250813	11	50	50.203	3.566398	3.196258	4.461849	61.59304	749.9927	42.77344	28.20953	0	0	0	0	0	-39.67285
138.208	20250813	11	50	50.208	3.462723	3.092484	4.196989	63.75601	749.9927	42.90344	28.61694	0	0	0	0	0	-71.71631
138.213	20250813	11	50	50.213	3.255375	2.98871	3.891384	65.50698	749.9927	42.77527	28.51624	0	0	0	0	0	-33.26416
138.218	20250813	11	50	50.218	2.944352	2.90569	3.504283	66.33097	749.9927	42.82837	28.76343	0	0	0	0	0	-50.96436
138.223	20250813	11	50	50.223	2.488185	2.760405	3.096808	65.50698	749.9927	42.70386	28.34686	0	0	0	0	0	-47.9126
138.228	20250813	11	50	50.228	2.011283	2.615121	2.852323	64.477	749.9927	42.63245	28.24616	0	0	0	0	0	-42.72461
138.233	20250813	11	50	50.233	1.53438	2.822671	3.117182	62.41703	749.9927	42.86682	28.67188	0	0	0	0	0	-43.33496
138.238	20250813	11	50	50.238	1.181888	3.300034	3.850636	60.46006	749.9927	42.53906	28.15003	0	0	0	0	0	-2.136231
138.243	20250813	11	50	50.243	1.016009	4.067966	4.787829	60.35707	749.9927	42.74597	28.37433	0	0	0	0	0	-18.61572
138.248	20250813	11	50	50.248	1.016009	4.981183	5.765767	60.66606	749.9927	42.65259	28.42926	0	0	0	0	0	8.850098
138.253	20250813	11	50	50.253	1.264827	5.749114	6.580716	61.79904	749.9927	42.77527	28.03101	0	0	0	0	0	-51.57471

Abbildung 31 - Ausschnitt der Datenaufzeichnung im Windkanal

8 Deklaration

„Ich erkläre hiermit,

- dass ich die vorliegende Arbeit selbständig und nur unter Benutzung der angegebenen Quellen verfasst habe,
- dass ich auf eine eventuelle Mithilfe Dritter in der Arbeit ausdrücklich hinweise,
- dass ich eine allfällige Nutzung von künstlicher Intelligenz (z.B. ChatGPT) in der Reflexion der Arbeit ausgewiesen und diskutiert habe,
- dass ich vorgängig die Schulleitung und die betreuende Lehrperson informiere, wenn ich diese Maturaarbeit, bzw. Teile oder Zusammenfassungen davon veröffentlichen werde, oder Kopien dieser Arbeit zur weiteren Verbreitung an Dritte aushändigen werde.“

Ort: Nottwil

Datum: 14.10.2025

Unterschrift: 