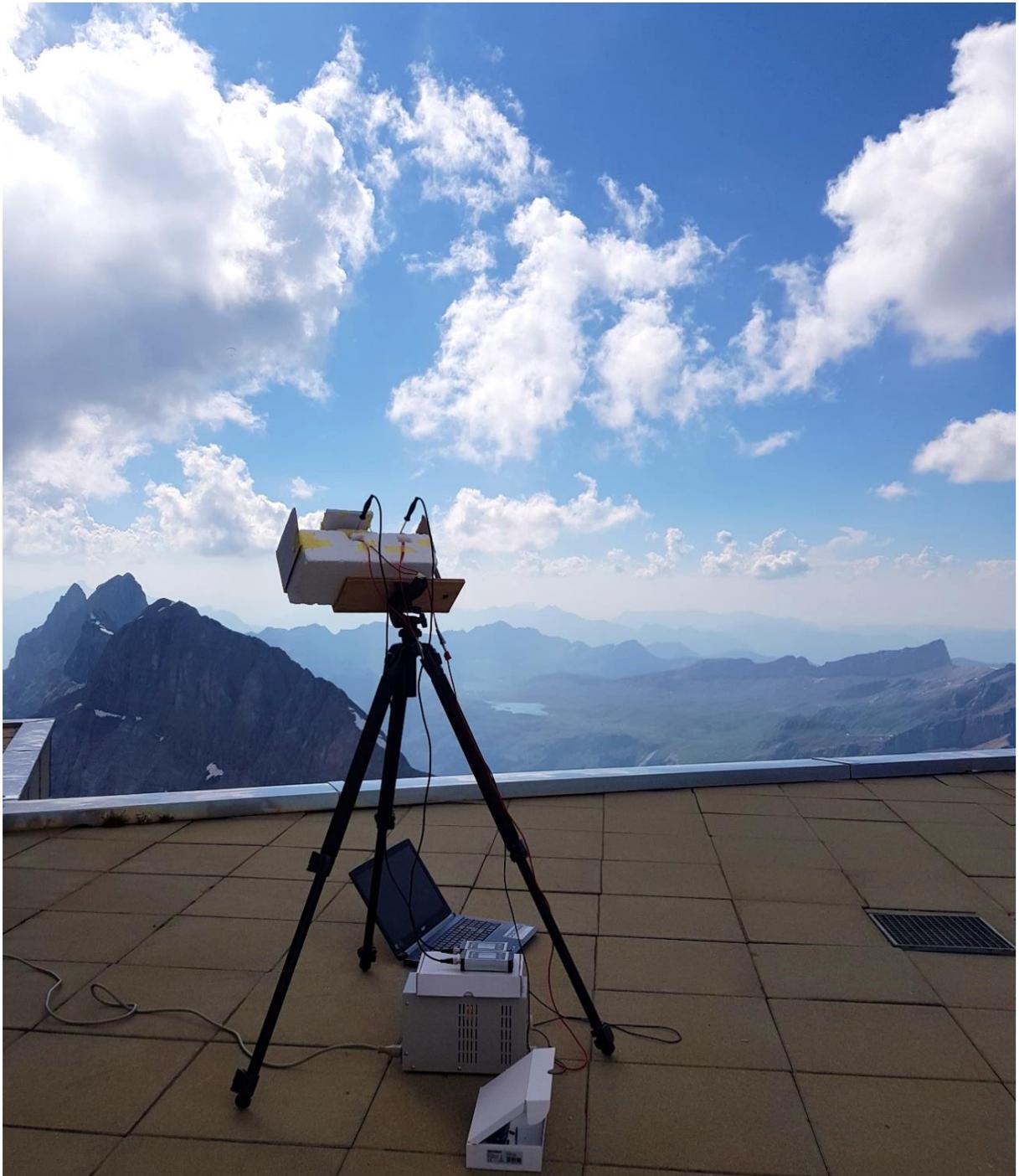


Bestimmung der Solarkonstante unter Anwendung des Lambert-Beer'schen Gesetzes



Messung der Solarkonstante am 31.07.2020 auf dem Dach der Bergstation Titlis 3238 m ü.M

Autor:
Pfenniger Jona, 6L
Rüthofstrasse 15
6234 Triengen

Referent:
Chiantese Stefano
Birkenstrasse 3
5742 Kölliken

Inhaltsverzeichnis

1 Abstract	6
2 Einleitung	7
2.1 Motivation	7
2.2 Fragestellung und Zielsetzung	7
2.3 Ausgangslage	7
2.4 Theoretische Begriffe	7
2.4.1 Solarkonstante	7
2.4.2 Langfristige Veränderungen der Solarkonstante.....	8
2.4.3 Mittelfristige Veränderungen der Solarkonstante	8
2.4.4 Kurzfristige Veränderungen der Bestrahlungsstärke	8
2.4.5 Extraterrestrische Strahlung	9
2.4.6 Bestrahlungsstärke	9
2.4.7 Abstrahlleistung	9
2.4.8 Elevation	9
2.4.9 Absorption/Reflektion an der Atmosphäre	9
2.4.10 Idealfall/Messverhältnisse.....	10
2.5 Theoretische Herleitung	11
2.5.1 Für die Herleitung benötigte Daten.....	11
2.5.2 Temperatur der Sonne (Wiensches Verschiebungsgesetz)	12
2.5.3 Abstrahlungsleistung der Sonne (Stefan-Boltzmann-Gesetz).....	12
2.5.4 Solarkonstante	13
2.5.5 Gesamter Energiestrom, der auf die Erde trifft.....	13
2.5.6 Momentane extraterrestrische Bestrahlungsstärke (Peri-/Aphel)	14
3 Hauptteil	15
3.1 Temperaturmessung (Experiment 1)	15
3.1.1 Theoretische Voraussetzungen.....	15
3.1.1.1 Absorption von elektromagnetischer Strahlung	15
3.1.1.2 Wärmemenge	15
3.1.1.3 Leistung pro Fläche/Bestrahlungsstärke	15
3.1.2 Material und Ressourcen.....	16
3.1.2.1 Verwendetes Material	16
3.1.2.2 Digitale Ressourcen	19

3.1.3	Durchführung	19
3.1.3.1	Aufbau der Apparatur	19
3.1.3.2	Erhebung zusätzlicher Daten.....	20
3.1.3.3	Messablauf	20
3.1.4	Resultate & Fehlerberechnung.....	21
3.1.4.1	Fehlerberechnung	21
3.1.4.2	Resultate	21
3.1.5	Diskussion	22
3.1.5.1	Besonderheiten	22
3.1.5.2	Vergleich mit Referenzwert	22
3.1.5.3	Prozessverbesserung	24
3.2	Temperatur- & Winkelmessung (Experiment 2)	24
3.2.1	Theoretische Voraussetzungen.....	24
3.2.1.1	Lambert-Beer'sches Gesetz	24
3.2.1.2	Kleinwinkel Approximation.....	28
3.2.1.3	Lineare Regression	32
3.2.2	Material und Ressourcen	32
3.2.3	Durchführung	32
3.2.3.1	Aufbau der Apparatur	32
3.2.3.2	Erhebung zusätzlicher Daten.....	32
3.2.3.3	Messablauf	33
3.2.4	Resultate & Fehlerberechnung.....	34
3.2.4.1	Fehlerberechnung der Funktionswerte	34
3.2.4.2	Resultate	34
3.2.5	Diskussion	36
3.2.5.1	Besonderheiten	36
3.2.5.2	Vergleich mit Referenzwert	36
3.2.5.3	Prozessverbesserung	37
3.3	Leistungs- und Winkelmessung (Experiment 3)	37
3.3.1	Theoretische Voraussetzungen.....	37
3.3.2	Material und Ressourcen	39
3.3.2.1	Verwendetes Material	39

3.3.2.2	Digitale Ressourcen	42
3.3.3	Durchführung	42
3.3.3.1	Aufbau der Apparatur und Erhebung zusätzlicher Daten	42
3.3.3.2	Messablauf	42
3.3.4	Resultate und Fehlerberechnung	43
3.3.4.1	Fehlerberechnung der Funktionswerte	43
3.3.4.2	Fehlerberechnung	44
3.3.4.3	Resultate	44
3.3.5	Diskussion	47
3.3.5.1	Besonderheiten	47
3.3.5.2	Vergleich mit Referenzwerten	48
3.3.5.3	Störfaktoren	48
3.3.5.4	Ausblick	49
3.3.6	Messungen auf verschiedenen Höhen	50
4	Reflexion	52
5	Bibliografie	53
5.1	Literaturverzeichnis	53
5.2	Dokumentenquellen	54
5.3	Abbildungsverzeichnis	54
6	Danksagung	57
7	Anhang	58
7.1	Spezifikationen	58
7.2	Daten & Resultate von Experiment 1	59
7.3	Daten & Resultate von Experiment 2	60
7.3.1	Erste Messung	60
7.3.2	Zweite Messung	60
7.4	Daten & Resultate von Experiment 3	61
7.4.1	23.06.2020 Triengen	61
7.4.2	25.06.2020 Triengen	62
7.4.3	19.07.2020 Engelberg	63
7.4.4	20.08.2020 Triengen	64
7.4.5	31.07.2020 Trübsee	65
7.4.6	31.07.2020 Titlis	66

8 Deklaration.....67

1 Abstract

Ursprung nahezu jeglichen Lebens auf der Erde ist die Sonnenenergie. Dabei trifft nur ein Teil der Sonnenstrahlung tatsächlich auf die Erdoberfläche. Diese wird zu einem beachtlichen Teil von der Erdatmosphäre abgeschwächt bzw. gefiltert. Die Solarkonstante beschreibt die Strahlungsleistung der Sonne, die pro Quadratmeter ausserhalb der Atmosphäre eintrifft. Die Kenntnis dieser stellt eine Grundlage für das Verständnis diverser Vorgänge auf der Erde dar, wie zum Beispiel des Klimas, Meeresströmungen oder zeigt auch eine direkte technische Anwendung in der Solarenergie.

Die folgende Arbeit setzt sich deshalb mit der Bestimmung der Solarkonstante auseinander. Dazu werden als erstes die grundlegenden Voraussetzungen erarbeitet und eine theoretische Bestimmung der Solarkonstante vorgenommen. Anschliessend wird mit einem einfachen ersten Experiment gestartet, ein dazugehöriger Prototyp entwickelt und erste Messungen vorgenommen. Da die Resultate allerdings stark von den theoretischen Werten abweichen, wird eine Analyse der möglichen Fehlerquellen vorgenommen und nach Möglichkeiten gesucht, diese zu beseitigen.

Die erarbeiteten Optimierungen, welche die Anwendung des Lambert Bougueer'schen Gesetzes beinhalten, werden nun weiterverfolgt und in einem zweiten Experiment umgesetzt. Erneute Messungen zeigen jedoch rasch, dass schwierig zu quantifizierende Umwelteinflüsse einen grossen Einfluss auf die Resultate haben.

Anschliessend wird der Prozess erneut verbessert und ein drittes Experiment aufgebaut. Dabei wird mit einer Vergleichsmessung versucht, Umwelteinflüsse bei den Messungen möglichst zu eliminieren. Anschliessend wird die Solarkonstante mittels Extrapolation der Messpunkte ermittelt. Die schlussendlich erzielten Resultate liefern für eine Messung auf der Erde im Vergleich zur Theorie erstaunlich gute Werte. Zudem wird ein Ausblick auf eine Analyse der Atmosphärenabschwächung auf verschiedenen Höhen und verschiedenen Atmosphärenbedingungen gegeben.

2 Einleitung

2.1 Motivation

Da erneuerbare Energien kontinuierlich an Bedeutung gewinnen, wollte sich der Autor mit der Funktionsweise einer Solarzelle auseinandersetzen. Dies bot allerdings einen zu geringen theoretischen Anteil und so kam die Idee auf, sich mit der Grundlage für die Solarenergie zu befassen. So kam es zu dem Bestreben die Solarkonstante zu bestimmen. Dabei steht insbesondere die Entwicklung einer wissenschaftlichen Methode sowie mehrerer Experimente zur Messung der eintreffenden Sonnenenergie im Vordergrund. Für den Autor ist es dabei spannend, Resultate zu analysieren, auftretende Probleme zu erkennen und daraus neue, verbesserte Methoden bzw. Experimente zu entwickeln.

2.2 Fragestellung und Zielsetzung

Für die folgende Arbeit gilt folgende Zielsetzung:

Es wird eine möglichst genaue Bestimmung der Solarkonstante angestrebt. Dazu wird eine Methode bzw. ein Experiment entwickelt.

Diese Zielsetzung wird durch folgende Leitziele und -Fragen erörtert:

1. Es wird eine Auswahl an theoretischen Grundlagen gesammelt und anschliessend eine theoretische Bestimmung der Solarkonstante vorgenommen.
2. Ein Prototyp für die Messungen bzw. ein Experiment wird entwickelt und wenn nötig verbessert.
3. Die Resultate einer Methode werden analysiert, die Fehler diskutiert und anschliessend wird eine Verbesserung der Methode vorgenommen.
4. Eine Analyse der Ergebnisse wird vorgenommen und in Verbindung mit den Umweltbedingungen gesetzt.

2.3 Ausgangslage

Die Solarkonstante gilt heute als bestimmt, obwohl die angegebenen Werte leicht variieren. Allerdings werden die Messungen, um diese zu bestimmen, im Weltraum vorgenommen. Werden sie hingegen auf der Erde durchgeführt, sind die entsprechenden Versuchsaufbauten sehr aufwändig und teuer. Die Solarkonstante mit einfachen Mitteln zu bestimmen, stellt also eine nicht zu unterschätzende Herausforderung dar.

2.4 Theoretische Begriffe

2.4.1 Solarkonstante

Die Solarkonstante I_S ist entgegen ihrem Namen keine richtige Konstante. Sie ist die Bezeichnung für <<die langjährig gemittelte extraterrestrische Bestrahlungsstärke (Intensität) [...], die von der Sonne bei mittlerem Abstand Erde–Sonne ohne den Einfluss der Atmosphäre senkrecht zur Strahlrichtung auf die Erde auftrifft>> (JFKCom & Berklas, 2020). Das heisst, die Solar-

konstante kann aufgrund von verschiedenen Phänomenen variieren. Daher gibt es in der Literatur unterschiedliche Festlegungen der Solarkonstante.

In der Literatur werden folgende Werte angenommen:

$$1.372 \frac{kW}{m^2} \text{ (Grehn \& Krause, 2007)}$$

$$1.367 \frac{kW}{m^2} \text{ (JFKCom \& Berklas, 2020) oder}$$

$$1.361 \frac{kW}{m^2} \text{ (JFKCom \& Berklas, 2020) gemäss der IAU.}$$

Am häufigsten stösst man allerdings auf Werte die innerhalb von $1.373 \pm 0.005 \frac{kW}{m^2}$ ([1] Clemens Simmer Universität Bonn) liegen. Deshalb wird in der folgenden Arbeit der vereinfachte Wert von $1.373 \frac{kW}{m^2}$ angenommen.

2.4.2 Langfristige Veränderungen der Solarkonstante

Einer der Gründe, wieso die Solarkonstante keine wirkliche Konstante darstellt besteht darin, dass sie sich langfristig steigert. Begründet wird diese Zunahme in der Entwicklung der Sonne als Hauptreihenstern. Dies bedeutet, dass sich die Leuchtkraft der Sonne über Jahrmillionen geringfügig steigert. Da die Zeiträume dafür allerdings so gross sind, ist diese Entwicklung für folgende Arbeit irrelevant und wird nicht weiter berücksichtigt.

2.4.3 Mittelfristige Veränderungen der Solarkonstante

Die Erdumlaufbahn um die Sonne ist eine Ellipse. Da sich die Bahnexzentrizität dieser Ellipse in Zyklen verändert und somit einen Einfluss auf die Distanz zwischen der Sonne und der Erde nimmt, bewirken sie ebenfalls eine Veränderung der Solarkonstante (siehe theoretische Herleitung). Da es sich dabei aber um Zeiträume von 10'000 bzw. 100'000 Jahren handelt, ist diese Veränderung ebenfalls nicht signifikant für folgende Arbeit.

2.4.4 Kurzfristige Veränderungen der Bestrahlungsstärke

Dunklere oder hellere Stellen auf der Sonne, sogenannte Sonnenflecken bzw. Sonnenfackeln können natürlich die Leuchtkraft der Sonne kurzfristig verändern. Abgesehen davon, dass wir uns zurzeit nahe eines Sonnenfleckenminimums befinden, hat dieses Phänomen nur einen geringen Einfluss von ca. 0.1% auf die Strahlungsleistung der Sonne und so im Folgenden nicht beachtet wird. (Zgrzendek, 2020)

Da die Erdumlaufbahn, wie bereits erwähnt, ellipsenförmig ist, verändert sich innerhalb eines Jahres die Distanz zwischen der Erde und der Sonne. Die Sonne befindet sich in einem der Brennpunkte dieser Ellipse. Dabei gilt: je näher die Erde an der Sonne ist, desto höher ist auch die extraterrestrische Bestrahlungsstärke (siehe theoretische Herleitung). Dabei befindet sich die Erde im Perihel, wenn sie sich am Punkt der Umlaufbahn befindet, welcher der Sonne am nächsten ist. Das Aphel hingegen ist der sonnenfernste Punkt. Diese Distanzänderung kann bei der momentanen Bahnexzentrizität eine Abweichung von bis zu ca. 3% des Jahresmittelwertes ausmachen. So finden sich in der Literatur für die Bestrahlungsstärke ein Wert von $1.328 \frac{kW}{m^2}$ für die Erde im Aphel und $1.420 \frac{kW}{m^2}$ im Perihel. ([1] Clemens Simmer Universität Bonn)

Diese kurzfristigen Veränderungen gelten allerdings nur für kurze Zeiträume und nicht für den langjährig gemittelten Wert, der die Solarkonstante ausmacht. Da die im Folgenden durchgeführten Messungen nur in einem Zeitraum von wenigen Monaten durchgeführt werden, hat die Position der Erde auf der Ellipsenbahn eine grössere Relevanz. Deshalb wird im Folgenden bei diesen Messungen ein berichtigter Wert für die momentane Bestrahlungsstärke als zusätzliche Referenz genommen. Insofern die Messresultate eine ausreichend hohe Präzision aufweisen, sodass diese Abweichung überhaupt relevant ist.

2.4.5 Extraterrestrische Strahlung

Die extraterrestrische Strahlung ist die Strahlung, welche ausserhalb der Erdatmosphäre gemessen wird.

2.4.6 Bestrahlungsstärke

Die Bestrahlungsstärke I oder auch Bestrahlungsintensität ist der Strahlungsenergiefluss (Leistung) P pro Fläche A , welche senkrecht gegenüber der Strahlung ausgerichtet ist. Daher ist sie definiert als:

$$I = \frac{P}{A}$$

$$[I] = \frac{W}{m^2}$$

Steht die Fläche nicht senkrecht zur Strahlungsrichtung, so gilt bezüglich der bestrahlten Fläche:

$$I_0 * \sin(\alpha) = I$$

dabei ist α der Zwischenwinkel der Einfallrichtung und der bestrahlten Fläche und I_0 die einfallende Strahlung.

2.4.7 Abstrahlleistung

Die Abstrahlleistung Φ oder auch Leuchtkraft eines Objektes ist der Strahlungsenergiefluss, welcher abgegeben wird. Folglich wird sie als die Leistung definiert:

$$[\Phi] = W = \frac{J}{s}$$

2.4.8 Elevation

Die Elevation oder Höhenwinkel φ gibt den Winkel zwischen dem Horizont und einem Punkt darüber an. (Langläufer & Sjør, 2020)

2.4.9 Absorption/Reflektion an der Atmosphäre

Betrachtet man die Abschwächung des Energieflusses der Strahlung beim Durchqueren der Atmosphäre, so findet man in der Literatur mehrere Ursachen für eine Abschwächung. Die damit

verbundenen Werte gelten allerdings nur, wenn die Sonne senkrecht steht (die Strahlung durchquert eine Atmosphäre). Die Angaben stimmen soweit überein, dass durchschnittlich 51% des Energieflusses auf die Erdoberfläche trifft. Dabei werden 19% an der Atmosphäre absorbiert und 30% reflektiert. Wie man an der Abbildung 1 erkennen kann, sind diese Werte abhängig vom Zustand der Atmosphäre. Am signifikantesten ist dabei die An- oder Abwesenheit von Wolken. Allerdings kann auch die Luftfeuchtigkeit oder Temperatur einen Einfluss (beispielsweise auf die Atmosphärenabsorption) nehmen.

2.4.10 Idealfall/Messverhältnisse

Um die Messverhältnisse möglichst konstant zu halten, geht man im Idealfall von einer Situation aus, bei welcher möglichst wenig des Energieflusses verloren geht. Dies ist essenziell, um die einzelnen Messwerte miteinander vergleichen zu können. Da im Folgenden stets bei wolkenlosem Wetter gemessen wird, kann sowohl die Reflektion als auch die Absorption an den Wolken vernachlässigt werden. Zudem werden die Messungen stets mit einer schwarz eingefärbten Platte als Messobjekt durchgeführt, daher ist die Reflektion am Messobjekt ebenfalls sehr gering. Gemäss diesen Voraussetzungen trifft laut Abbildung 1 78% des Energieflusses auf dem Messobjekt auf. Aufgrund verschiedener Einflüsse wie Temperatur, Hoch-/Tiefdrucklage, Luftfeuchte usw. kann dieser Wert immer noch leicht variieren.

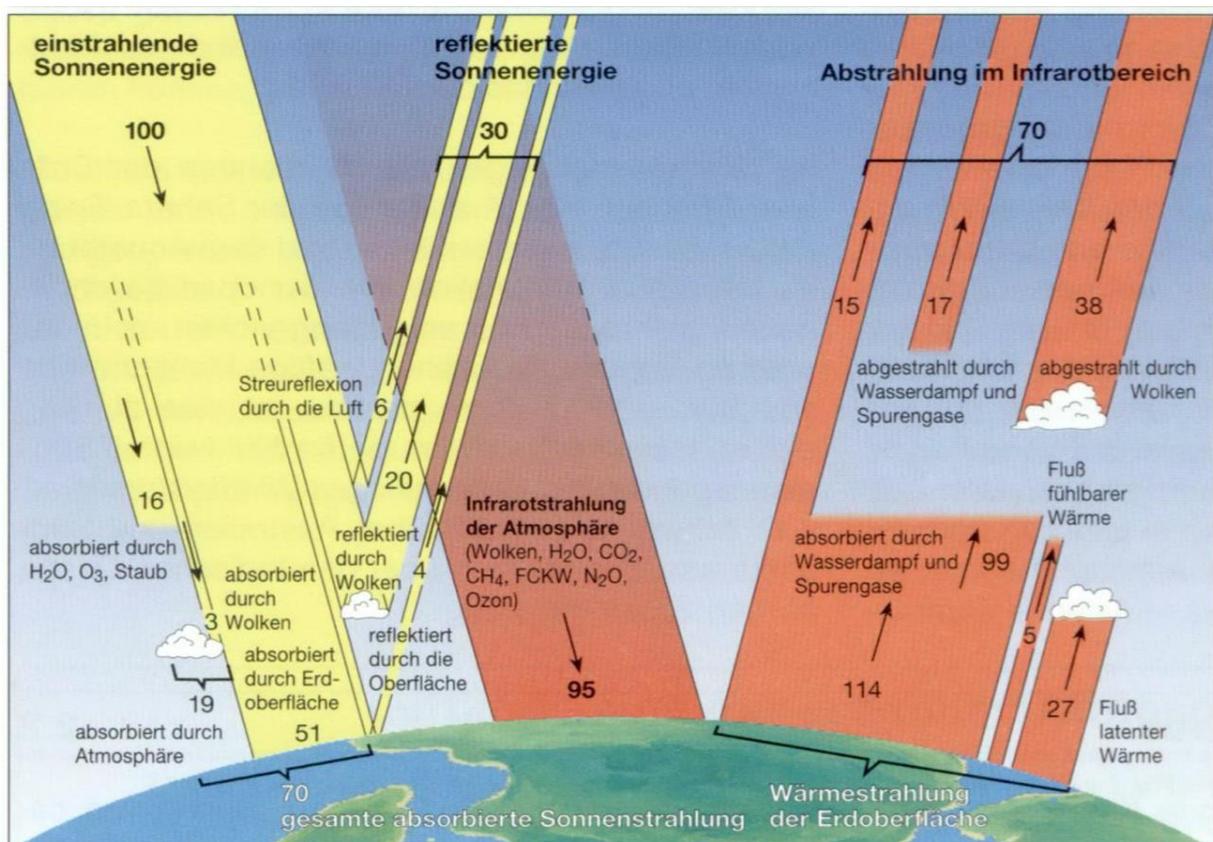


Abbildung 1: Strahlungsbilanz der Erde ([1] Clemens Simmer Universität Bonn)

2.5 Theoretische Herleitung

2.5.1 Für die Herleitung benötigte Daten

Astronomische Daten:

Mittlerer Sonnenradius:

$$R_S = 6.950 \cdot 10^8 m$$

Mittlere Entfernung der Sonne zur Erde:

$$R_{SE} = 1.496 \cdot 10^{11} m$$

Mittlerer Erdradius:

$$R_E = 6.371 \cdot 10^6 m$$

(Grehn & Krause, 2007)

Maximum der Sonnenstrahlung

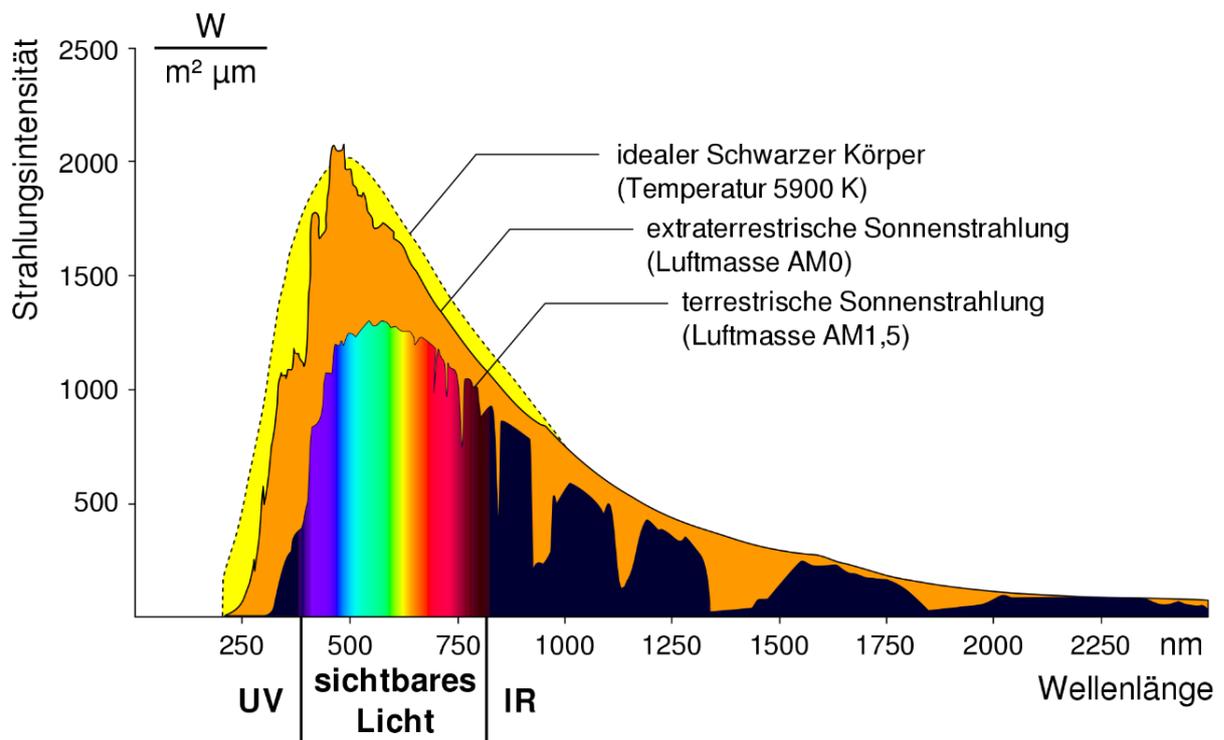


Abbildung 2: Strahlungsintensität in Abhängigkeit von der Wellenlänge (Degreen, 2006)

Die Abbildung 2 zeigt sowohl die extraterrestrische Sonnenstrahlung, also die Strahlung, welche die Sonne abgibt, als auch die terrestrische Sonnenstrahlung, also die Strahlung die tatsächlich auf der Erde ankommt. Jedoch hat die terrestrische Strahlung für folgende Rechnung keine Relevanz, da es sich bei der Solarkonstante um die extraterrestrische Strahlung handelt. Die gelb eingefärbte Zone zeigt das Planck'sches Strahlungsspektrum der Sonne, sie ist idealisiert und hat für die Rechnung vorerst keine Bedeutung. Die extraterrestrische Strahlung hat ihr Maximum näherungsweise bei einer Wellenlänge von ca. 500nm. Dieses Licht ist für das menschliche Auge als hellblau-türkises Licht wahrnehmbar. Daraus folgt:

$$\lambda_{max} = 500nm$$

2.5.2 Temperatur der Sonne (Wiensches Verschiebungsgesetz)

<<Das [...] wiensche Verschiebungsgesetz besagt, dass die Wellenlänge, bei der ein schwarzer Körper der absoluten Temperatur (T) die intensivste Strahlung abgibt, umgekehrt proportional zur Temperatur ist.>> (Sch & Cepheiden, Wiensches Verschiebungsgesetz, 2020) Im Zusammenhang mit der wienschen Konstante ergibt sich daraus die Formel:

$$\lambda_{max} = \frac{2.8978 * 10^{-3} m K}{T}$$

Nun wird λ_{max} eingesetzt und nach T umgeformt, um die Temperatur der Sonne T_S zu ermitteln. (Näherung, dass die Sonne ein Schwarzkörper ist)

$$T_S = \frac{2.8978 * 10^{-3} m K}{5.00 * 10^{-7} m} = 5.7956 * 10^3 K$$

Dieser Wert stimmt mit Literaturwerten, welche je nach Quelle eine effektive Temperatur von 5777K (Grehn & Krause, 2007) für die Oberfläche der Sonne angibt, ziemlich gut überein. So ergibt sich auch die idealisierte, gelbe Kurve aus Abbildung 2, obwohl die Temperatur dort leicht höher angesetzt wird.

2.5.3 Abstrahlungsleistung der Sonne (Stefan-Boltzmann-Gesetz)

Mit dem Stefan-Boltzmann-Gesetz kann die Abstrahlungsleistung/Leuchtkraft Φ eines Körpers in Abhängigkeit seiner Temperatur T , Oberfläche A und dem Emissionsgrad ε des Körpers bestimmt werden. Dabei ist die Strahlungsleistung proportional zur vierten Potenz der Temperatur. In Kombination mit der Stefan-Boltzmann-Konstante σ ergibt sich die Formel:

$$\Phi = \varepsilon * \sigma * A * T^4$$

Unter der im vorherigen Abschnitt getroffenen Näherung, dass die Sonne ein schwarzer Körper ist, gilt $\varepsilon = 1$. Für T kann die zuvor ermittelte Temperatur der Sonne T_S eingesetzt werden. Die Oberfläche A_S der Sonne lässt sich einfach aus deren Radius R_S ermitteln. Mit der Konstante $\sigma = 5.6703 * 10^{-8} \frac{W}{m^2 K^4}$ (Sch, Stefan-Boltzmann-Gesetz, 2020) ergibt sich dann Abstrahlungsleistung/Leuchtkraft der Sonne Φ_S :

$$\Phi_S = 5.6703 * 10^{-8} \frac{W}{m^2 K^4} * 4\pi * (6.950 * 10^8 m)^2 * (5.7956 * 10^3 K)^4 = 3.8831 * 10^{26} W$$

2.5.4 Solarkonstante

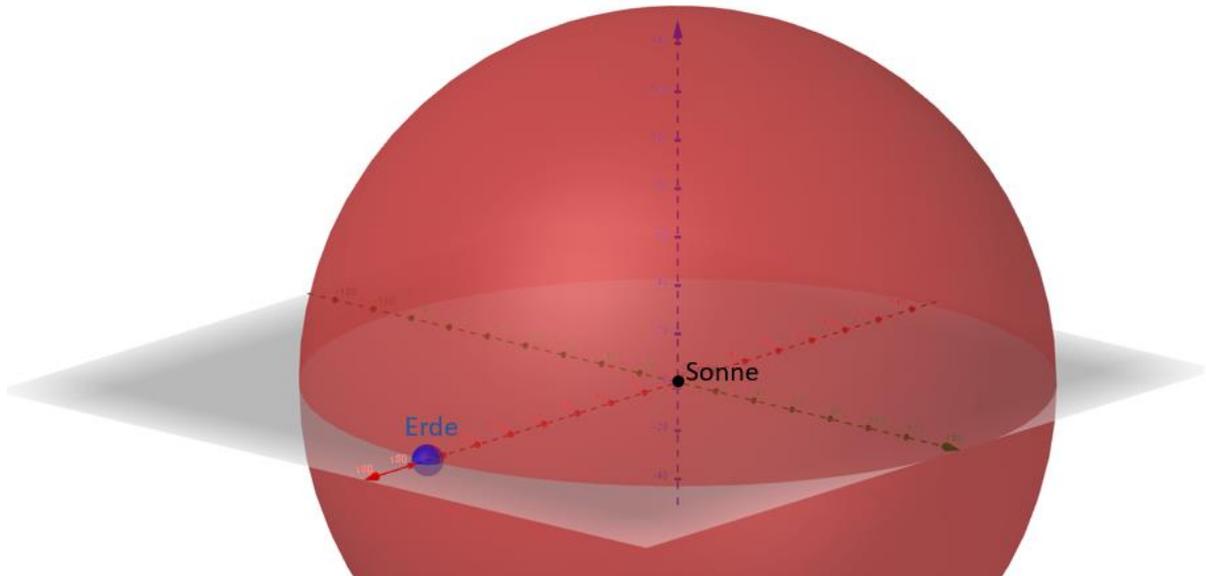


Abbildung 3: Grafik der Erde auf einer Kugel um die Sonne (Erdradius um Faktor 1000 vergrößert)

Stellt man sich nun die Sonne als einen Punkt vor, welcher eine Abstrahlleistung P_S hat, so kann nun eine Kugel mit dem Radius R_{SE} um eben diesen Punkt modelliert werden (Abbildung 3). Da sich die Erde auf dieser Kugel befindet, kann die Abstrahlleistung P_S durch die Kugeloberfläche dividiert werden, um so die Solarkonstante/Bestrahlungsstärke I_S zu ermitteln:

$$I_S = \frac{\Phi_S}{4\pi * R_{SE}^2}$$

$$I_S = \frac{3.8831 * 10^{26} W}{4\pi * (1.496 * 10^{11} m)^2} = 1380.7 \frac{W}{m^2} = 1.3807 \frac{kW}{m^2}$$

Dieser Wert ist sehr nahe an den Literaturwerten, welche ebenfalls keinen genau übereinstimmenden Werte angeben. Beispielsweise wird die Solarkonstante I_S häufig auf $1.373 \pm 0.005 \frac{kW}{m^2}$ (Clemens Simmer Universität Bonn, Einführung in die Meteorologie Teil II.5, Folie 29) definiert. In Anbetracht der Nähe zu den Literaturwerten, ist auch davon auszugehen, dass die zur Herleitung getroffenen Annahmen nicht weit von der Realität entfernt sind.

2.5.5 Gesamter Energiestrom, der auf die Erde trifft

Um die gesamte Strahlungsleistung I_E , die auf die Erde auftrifft, zu berechnen, muss die Solarkonstante I_S mit der Fläche, die die Erde gegen die Strahlung richtet A_E , multipliziert werden. Näherungsweise besteht diese aus der Erdquerschnittsfläche.

$$I_E = I_S * \pi R_E^2$$

$$I_E = 1.3807 \frac{kW}{m^2} * \pi * (6.371 * 10^6 m)^2 = 1.7606 * 10^{14} kW = 176.06 * 10^{15} W$$

2.5.6 Momentane extraterrestrische Bestrahlungsstärke (Peri-/Aphel)

In der folgenden Arbeit wurde mit der App *Sonne, Mond, Planeten* gearbeitet. Diese ist im *Google Play Store* erhältlich. Die entsprechende URL für *Sonne, Mond, Planeten* ist:

(<https://play.google.com/store/apps/details?id=at.harnisch.and-roid.planets>)

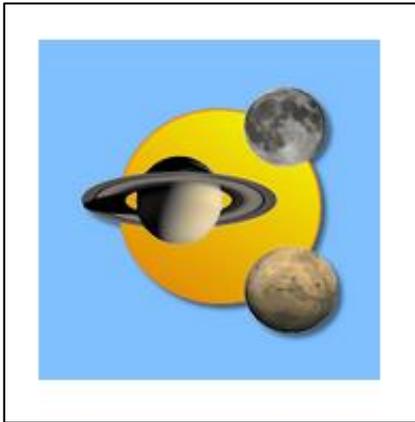


Abbildung 4: Icon der App *Sonne, Mond, Planeten*



Abbildung 5: Printscreen der App *Sonne, Mond, Planeten*

Unter Zuhilfenahme dieser App kann die zeitaktuelle Distanz zwischen der Sonne und der Erde ermittelt werden. Dabei gibt sie Werte von 1.017 AE für das Aphel und 0.983 AE für das Perihel an. In Kombination mit der in 2.5.1 angegebenen astronomischen Einheit von $R_{SE} = 1.496 \cdot 10^{11} \text{ m}$ ergibt sich daraus eine Distanz von $R_{SE_A} = 1.521 \cdot 10^{11} \text{ m}$ (Aphel) und $R_{SE_P} = 1.471 \cdot 10^{11} \text{ m}$ (Perihel). Diese stimmen sehr gut mit den Literaturwerten überein, welche die gleichen Werte angeben. (Bikos & Kher, 2020)

Nun kann ausgehend von der Leuchtkraft die Bestrahlungsstärke zeitaktuell berechnet werden. Zur Veranschaulichung kann dies mit der selbst errechneten Leuchtkraft Φ_S , nach gleichem Verfahren wie bei Kapitel 0 beschrieben, allerdings mit der entsprechenden Distanz, angewendet werden.

$$I_{SA} = \frac{\Phi_S}{4\pi * R_{SE_A}^2} = 1335.7 \frac{W}{m^2}$$

$$I_{SP} = \frac{\Phi_S}{4\pi * R_{SE_P}^2} = 1428.1 \frac{W}{m^2}$$

Diese Werte sind nur geringfügig höher als die Literaturwerte, welche bereits im Kapitel 2.4.4 behandelt wurden.

3 Hauptteil

3.1 Temperaturmessung (Experiment 1)

3.1.1 Theoretische Voraussetzungen

3.1.1.1 Absorption von elektromagnetischer Strahlung

Wenn ein Objekt elektromagnetische Strahlung absorbiert, wird die damit aufgenommene Energie grösstenteils in Wärme umgesetzt. Wie viel das jeweilige Objekt absorbiert und reflektiert, hängt wesentlich von der Farbe ab. Dabei reflektiert weisse Farbe das Licht am meisten und schwarze am wenigsten. Wird in der Physik von einem schwarzen Körper gesprochen, ist damit gemeint, dass von diesem die Strahlung jeglicher Wellenlänge komplett absorbiert wird. Dies ist allerdings nur ein theoretisches Ideal und nicht real vorhanden. Wenn man dieses Absorptionsvermögen, welches auch das Abstrahlungsvermögen definiert, quantitativ beschreibt, ergibt sich daraus der Emissionsgrad ε . (Dieser wurde bereits beim Kapitel 2.5.3 relevant) Dabei ist die gebräuchliche schwarze Farbe aus dem Alltag relativ nahe an dem Emissionsgrad $\varepsilon = 1$, des schwarzen Körpers. (Sch & Cepheiden, Emissionsgrad, 2020)

3.1.1.2 Wärmemenge

Geht man nun vom Normalfall aus, bei dem die absorbierte Energie vollständig in Wärme umgesetzt wird, so gilt das Gesetz der Wärmemenge. Dieses besagt, dass sich die Energiedifferenz ΔQ eines Objektes das Produkt seiner Masse m sowie seiner spezifischen Wärmekapazität c und der Temperaturdifferenz ΔT ist (Wetzel & Müller, 2017):

$$\Delta Q = m * c * \Delta T$$
$$[Q] = J$$

Dabei ist die spezifische Wärmekapazität c wie folgt definiert:

$$[c] = \frac{J}{kg * K}$$

3.1.1.3 Leistung pro Fläche/Bestrahlungsstärke

Wird nun die Zeit Δt gemessen, welche benötigt wird ein Objekt der Oberfläche A um eine gewisse Temperatur ΔT zu erwärmen, so kann die Heizleistung P_h ermittelt werden. Im Folgenden kann in Kombination mit der Gleichung aus 3.1.1.2 folgende Aussage getroffen werden:

$$I = \frac{P_h}{A} = \frac{\Delta Q}{A * \Delta t}$$

Aus der Energie ΔQ pro Zeit Δt und Fläche A kann die Bestrahlungsstärke I errechnet werden, beziehungsweise entspricht die Heizleistung pro Fläche der Intensität I .

3.1.2 Material und Ressourcen

3.1.2.1 Verwendetes Material

Objekt:

Schwarz eingefärbte Aluminiumplatte

Hier verwendet:

Es wird eine Aluminiumplatte auf einer Seite mit mattschwarzer Farbe eingefärbt.

Funktion:

Die schwarze Farbe sorgt für eine fast vollständige Absorption der Sonnenstrahlung. Die dadurch gewonnene Energie wird in Wärme umgesetzt (auf der beiliegenden Abbildung ist auf der Rückseite der Aluminiumplatte bereits ein Widerstand mit Kabel montiert, dieser ist nicht relevant und wird erst in einem späteren Experiment verwendet)

Beschreibung:

Die Platte hat eine Masse $m_p = 0.08\text{kg}$, eine Fläche $A_p = 64\text{cm}^2$ und ein auf die Messspitze des Thermometers angepasstes Loch mit ca. 2cm Tiefe.

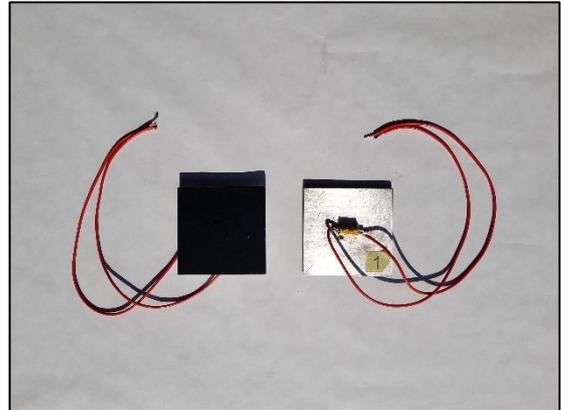


Abbildung 6: Schwarz eingefärbte Aluminiumplatten (die Widerstände sind für ein späteres Experiment)

Objekt:

Thermometer

Hier verwendet:

Voltcraft PTM 100 mit Platin Messspitze PT-1000

Funktion

Es wird ein sehr präzises Thermometer verwendet, um die Temperatur der Aluminiumplatte möglichst genau zu bestimmen.

Spezifikationen:

Es misst die Temperatur auf $\pm 0.1^\circ\text{C}$ genau. Genauere Angaben finden sich im Anhang. Für eine optimale Messung sollte die Messspitze ca. 2cm in das Objekt eingeführt werden.



Abbildung 7: Fotografie des Thermometers

Objekt:

Kartonabdeckung

Hier verwendet:

Es wird ein dicker Karton mit vier Drahtstützen verwendet. Die Drahtstützen dienen zur Fixierung der Kartonabdeckung über der Aluminiumplatte im Styroporquader.

Funktion

Die Kartonabdeckung soll die Aluminiumplatte vor dem einfallenden Sonnenlicht abschirmen. Damit kann gezielt koordiniert werden, wann der Energiefluss einsetzt, und die Aluminiumplatte sich somit erwärmt.



Abbildung 8: Kartonabdeckung

Objekt:

Wärmeleitpaste

Hier verwendet:

Dow Corning 340

Funktion

Um eine optimale Temperaturübertragung von der Aluminiumplatte auf das Thermometer zu gewährleisten, wird die Messspitze mit einer Wärmeleitpaste bestrichen.



Abbildung 9: Dow Corning 340 Wärmeleitpaste

Objekt:

Plattenhalterung aus Isolationsmaterial mit Windschutz

Hier verwendet:

Es wird ein Styroporquader mit einer darauf verleimten Holzhalterung verwendet, auf der die Aluminiumplatte zu liegen kommt. Zudem wird um den Styroporquader ein Windschutz aus Karton platziert (dieser ist auf der beiliegenden Abbildung noch nicht befestigt bzw. nicht sichtbar).

Funktion

Die Platte soll senkrecht zur Sonne ausgerichtet werden und sich erwärmen. Dabei sollte möglichst wenig Energie bzw. Wärme wieder abgegeben werden. Das Isolationsmaterial sorgt für einen möglichst geringen Temperaturverlust der Aluminiumplatte. Zudem schützt der Windschutz vor grossen Temperaturverlusten an die Umluft. Bedingungen mit wenig Wind sind natürlich bevorzugt.



Abbildung 10: Styroporquader zur Isolation

Objekt:

Halterung des Isolationsmaterials mit Verbindung zum Stativ und Ausrichtungsrohr

Hier verwendet:

Es wird eine Holzkonstruktion verwendet, bei der zwei Holzplatten in einem rechten Winkel miteinander verleimt sind. So kann der Styroporquader darauf zu liegen kommen, sodass dessen Oberfläche mit der Holzhalterung und der Platte parallel zur unteren Holzplatte steht. Nun wird an dieser Platte noch ein Verbindungsstück angebracht, um die Konstruktion auf einem Stativ zu befestigen.

Zudem wird senkrecht zur Platte ein gerades Metallrohr fixiert.

Funktion

Durch das Metallrohr kann die Holzplatte und somit auch die Aluminiumplatte, da diese parallel liegt, präzise senkrecht zur Sonne ausgerichtet werden. Dies ist der Fall, wenn das Rohr keinen eigenen Schatten wirft.

Beschreibung:

Das Rohr hat eine Länge $L_R = 14.2\text{cm}$ und einen Durchmesser $D_R = 6\text{mm}$.



Abbildung 12: Holzhalterung mit Ausrichtungsstab



Abbildung 11: Ausrichtungsrohr wirft keinen Schatten

Objekt:

Stativ

Hier verwendet:

Cullmann Magnesit 525M

Funktion:

Es wird ein Stativ verwendet, auf dem die erwähnte Holz- und Styroporkonstruktion befestigt werden kann. Dabei muss diese in alle Richtungen bewegt und fixiert werden können.



Abbildung 13: Stativ

3.1.2.2 Digitale Ressourcen

Die Messdaten werden unter der Verwendung von Microsoft Excel gesammelt und analysiert. Für die Zeitmessung selbst wird eine digitale Stoppuhr verwendet. Zudem werden für eine angemessene Diskussion der Daten verschiedene Angaben zum Sonnenstand und zum Zustand der Atmosphäre festgehalten. Dabei wird für die Angaben des Sonnenstandes, die App *Sonne, Mond, Planeten* aus dem *Google Play Store* verwendet. Die Elevation wird dabei auf $\pm 0.05^\circ$ genau festgehalten. Diese wurde bereits im Kapitel 2.5.6 eingeführt. Die Wetterdaten des Messortes wie die Temperaturwerte sowie die Luftfeuchte werden durch die Webseite *weather.com* für den entsprechenden Ort ermittelt. Die URL von *weather.com* ist:

(<https://weather.com/weather/today/1/47.24,8.08?par=google&temp=c>)

3.1.3 Durchführung

3.1.3.1 Aufbau der Apparatur

Wie aus der Materialliste bereits hervorgeht, wurden mehrere Elemente des Versuchsaufbaus in Eigenarbeit hergestellt. Diese Elemente, welche hauptsächlich der präzisen Ausrichtung der Aluminiumplatte dienen, werden nun so zusammengestellt, wie es bereits aus deren Beschreibung hervorgeht (Abbildung 14). So wird auf dem Stativ die Holzhalterung mit dem Ausrichtungsrohr befestigt. Anschliessend wird darauf die Styroporhalterung gelegt, sodass die Auflagefläche für die Aluminiumplatte parallel dazu zu liegen kommt. Nun wird die Aluminiumplatte darauf befestigt, sodass das Loch für den Thermometer nicht durch die Holzhalterung und den Windschutz verdeckt wird. Anschliessend wird die Messspitze des Thermometers mit der Wärmeleitpaste bestrichen und in das dafür vorgesehene Loch in der Aluminiumplatte eingeführt.

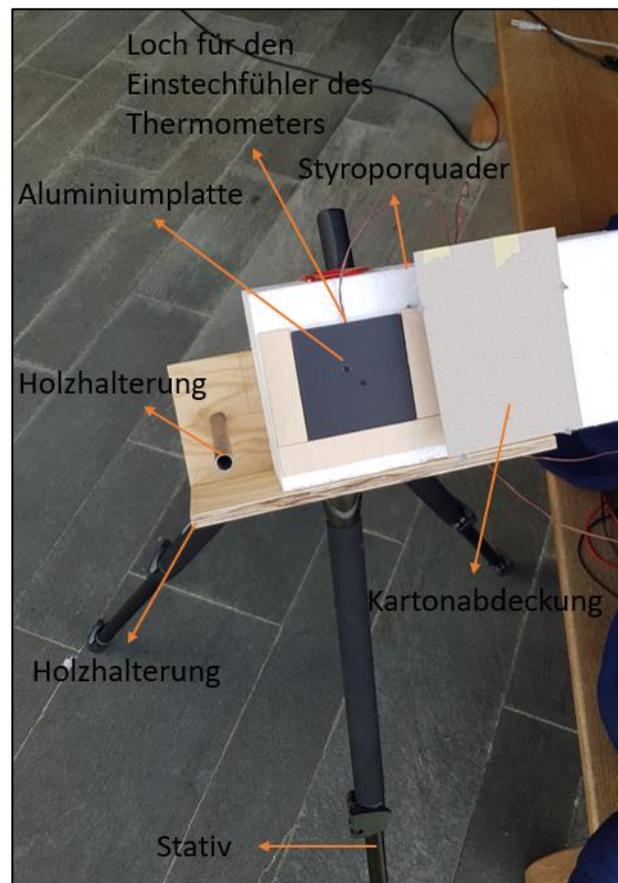


Abbildung 14: Gesamter Versuchsaufbau von Experiment 1 (der Thermometer wurde noch nicht angebracht)

3.1.3.2 Erhebung zusätzlicher Daten

Wie in Kapitel 2.4.10 bereits angemerkt werden die Messdaten nur erhoben, wenn es keine Abschirmung des Sonnenlichtes durch Wolken gibt. Die Messung wird folglich nur durchgeführt, wenn es wolkenloses Wetter ist, oder sich die Wolken nicht in der Nähe der Sonne befinden. Besonderheiten bezüglich des Wetters werden bei jeder Messung vermerkt. Um die Resultate sinnvoll auswerten zu können, werden zu Beginn der Messung verschiedene Daten erhoben. Dazu gehören grundlegende Positionsangaben des Messpunktes wie die Koordinaten und die Höhe über Meer. Zudem werden Datum und Uhrzeit festgehalten. Ebenfalls wichtig für die Auswertung ist die aktuelle Elevation φ der Sonne. Auch verschiedene Daten bezüglich des Zustandes der Atmosphäre, wenn auch nur in der untersten Schicht, sind von Bedeutung. Deshalb werden die Lufttemperatur sowie die relative Luftfeuchtigkeit festgehalten.

3.1.3.3 Messablauf

Zuerst wird die Konstruktion mittels Hebel am Stativ so ausgerichtet, dass das Metallrohr keinen eigenen Schatten wirft. So ist gewährleistet, dass die schwarz eingefärbte Aluminiumplatte präzise senkrecht zur Einstrahlungsrichtung des Sonnenlichtes liegt. Dabei ist die Platte noch mit der Kartonabdeckung vor der Sonneneinstrahlung abgeschirmt. Nun wird gewartet, bis die Temperatur der Platte konstant bleibt, da ja nur die Erwärmung durch das Licht gemessen werden soll. Die Platte soll dabei die Temperatur der Umgebungsluft annehmen. Anschliessend wird die Temperatur der Platte zum ersten Mal gemessen. Dann wird die Abdeckung entfernt und während fünf Minuten werden alle 60 Sekunden die entsprechenden Temperaturen festgehalten. Dementsprechend erhält man sechs Messpunkte der Temperatur, wovon fünf durch die Erwärmung zustande gekommen sind. Nun kann die durchschnittliche Erwärmung pro Minute $\Delta\bar{T}_{E1}$ errechnet werden, indem von jedem der Werte der vorherige Wert subtrahiert wird, und die Differenzen gemittelt werden.

$$\Delta\bar{T}_{E1} = \frac{(T_{E1_1} - T_{E1_0}) + (T_{E1_2} - T_{E1_1}) + \dots + (T_{E1_5} - T_{E1_4})}{5}$$

Dieser kann nun mit der spezifischen Wärmekapazität von Aluminium, welche $c_{Al} = 896 \frac{J}{kg \cdot K}$ (Wetzel & Müller, 2017) beträgt, und dem Gewicht $m_P = 0.08kg$ multipliziert werden. Es resultiert die durchschnittliche Zunahme an Wärmeenergie ΔQ_{E1} :

$$\Delta Q_{E1} = m_P * c_{Al} * \Delta\bar{T}_{E1}$$

Nun kann gemäss der Theorie in 3.1.1 fortgefahren werden und die Wärmeenergie durch die Fläche der Platte $A_P = 64cm^2$ und der Zeit $\Delta t = 60s$ dividiert werden.

$$I_{E1} = \frac{\Delta Q_{E1}}{A_P * \Delta t}$$

Für diese Rechnungen wird die Tabellenkalkulation von *Excel* verwendet.

3.1.4 Resultate & Fehlerberechnung

3.1.4.1 Fehlerberechnung

Der maximale Fehler, der durch die Ungenauigkeit des Thermometers ΔT_F hervorgerufen wird, kann wie folgt ermittelt werden. Dabei wird der Fehler der Geräte auf die gesamte Messezeit angewendet. Somit kann ΔT_F mit der gesamten Temperaturdifferenz verrechnet werden. Es folgt:

$$I_{E1+} = \frac{(\Delta \bar{T}_{E1} * 5 + \Delta T_F) * m_p * c_{Al}}{A_p * \Delta t * 5}$$

$$I_{E1-} = \frac{(\Delta \bar{T}_{E1} * 5 - \Delta T_F) * m_p * c_{Al}}{A_p * \Delta t * 5}$$

3.1.4.2 Resultate

Es zeigt sich in der Abbildung 15, dass die Temperatur in diesem kurzen Zeitraum sich fast linear erhöht. Es ist eine leichte Abflachung über die Zeit zu erkennen.

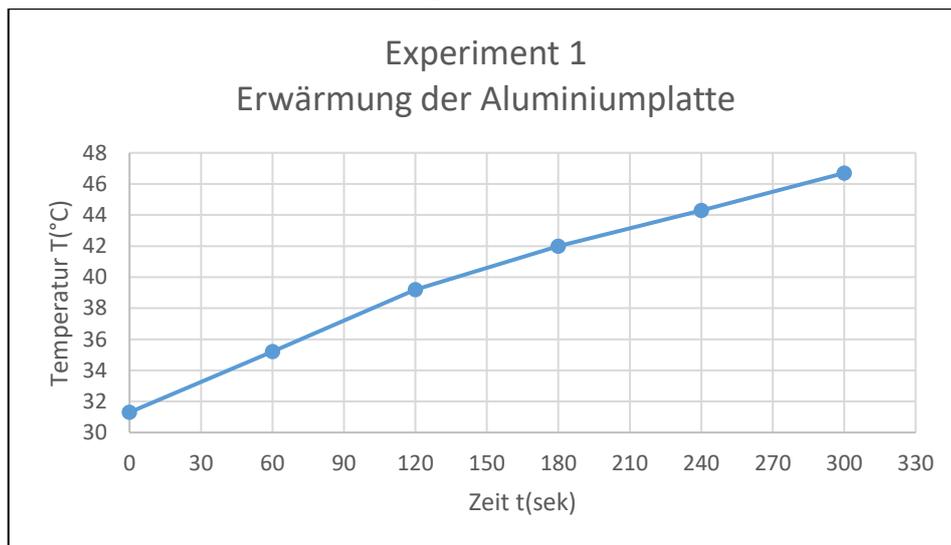


Abbildung 15: Temperaturkurve von Experiment 1

In der Abbildung 16 wird als Resultat für die Solarkonstante ein Wert von $575 \frac{W}{m^2}$ angegeben.

Alluminium Platte		
Gewicht	0.08	kg
Spezifische Wärmekapazität	896	J/(kg K)
Durchschnittliche Temp. Differenz	3.08	K
Energie pro 60sek & 64cm ²	220.7744	J
Watt pro 64cm ²	3.67957333	W/64cm ²
Watt pro m ²	574.933333	W/m ²
Anzahl Atmosphären (von Triengen aus)	1.18437395	
Obergrenze	578.666667	W/m ²
Untergrenze	571.2	W/m ²

Abbildung 16: Resultate von Experiment 1

3.1.5 Diskussion

3.1.5.1 Besonderheiten

In der Messserie in der Abbildung 15 zeigt sich eine leichte Abflachung der Temperatur über die Zeit. Dies widerspricht der Annahme, welche von einem konstanten Wachstum ausgeht, bei welcher der Temperaturverlust vernachlässigt wird. Begründet wird die Abflachung dadurch, dass die Wärmeabgabe der Aluminiumplatte sich mit zunehmender Temperaturdifferenz zur Umgebungstemperatur steigert. Mit steigender Temperatur der Aluminiumplatte entsteht irgendwann auch ein Gleichgewicht zwischen der aufgenommenen Energie durch die Sonnenstrahlung und der Abgabe an die Umgebung, und die Aluminiumplatte erwärmt sich dann nicht mehr weiter.

Anfangs, wenn die Temperatur nur geringfügig über der Umgebungstemperatur liegt, ist die Wärmeabgabe dagegen eher gering und der Temperaturanstieg ist nahezu linear. Die Abflachung der Kurve könnte in einem weiteren Experiment verkleinert werden, indem die Platte während eines kürzeren Zeitraumes erwärmt wird. Dadurch kann die erhöhte Wärmeabgabe bei einer hohen Temperaturdifferenz zur Umgebungstemperatur so klein wie möglich gehalten werden.

3.1.5.2 Vergleich mit Referenzwert

Da das Resultat sowohl von der theoretischen Solarkonstante als Jahresmittelwert (2.4.1), als auch von der in Kapitel 2.4.4 & 2.5.6 besprochenen momentanen Bestrahlungsintensität stark abweicht, wird die theoretische Solarkonstante als Referenzwert behandelt. Obwohl bei einer einmaligen Messung eher die momentane Bestrahlungsintensität von Bedeutung wäre, kann dies so angenommen werden, da diese gemäss dem Kapitel 2.4.4 im Maximalfall nur wenige Prozent vom theoretischen Wert abweichen kann. Diese geringe Abweichung ist relativ zur Abweichung der Messung nicht signifikant.

Um das Messresultat mit dem Referenzwert in Relation zu setzen, wird die gemessene Intensität I_{E1} durch die Solarkonstante I_S dividiert.

$$\frac{I_{E1}}{I_S} = \frac{0.575 \frac{kW}{m^2}}{1.373 \frac{kW}{m^2}} = 0.419 = 41.9\%$$

Diese Abweichung kann mindestens teilweise auf die offensichtliche Abschwächung der Strahlungsintensität beim Durchqueren der Atmosphäre zurückzuführen sein. Betrachtet man allerdings nun das Kapitel 2.4.10, so stellt man fest, dass unter den angegebenen Messbedingungen ca. 78% des Energieflusses auf der Erdoberfläche ankommen müsste. Allerdings ist diese Angabe für eine gesamte Atmosphärendicke von der Meereshöhe aus betrachtet. Da sich der Messaufbau in Triengen auf einer Höhe von 517m befindet wäre eigentlich zu erwarten, dass sogar noch geringfügig mehr des Energieflusses bis zur Erde durchdringt. Dagegen steht allerdings, dass die Sonne nicht senkrecht steht. Dadurch passiert das Licht eine diagonale Strecke

durch die Atmosphäre, welche länger ist als wenn die Sonne senkrecht stehen würde. Während der Messung weist die Sonne nämlich eine Elevation von 57.6° auf. Um eine ungefähre Abschätzung zu geben, wie viel grösser die Strecke relativ zu einer Atmosphärendicke wird, kann gemäss der Abbildung 17 der Sinussatz angewendet werden. Dies gilt allerdings nur im Rahmen einer Abschätzung, bei welcher die Erdoberfläche als flach angenommen wird.

$$\frac{1}{\sin(\varphi)} = b$$

$$\frac{1}{\sin(57.6^\circ)} = 1.184$$

Wie diese Berechnung zeigt, ist die Strecke, welche das Licht zum Messzeitpunkt durch die Atmosphäre passiert, deutlich länger als wenn die Sonne senkrecht stehen würde. Folglich ist auch eine höhere Abschwächung zu erwarten.

Ebenfalls massgeblich für die deutliche Diskrepanz von der gemessenen Intensität zum Referenzwert dürfte die Wärmeabgabe der Platte sein. Dies ist darauf zurückzuführen, dass entgegen der Annahme im Kapitel 3.1.1.3 die Heizleistung pro Fläche nicht der Intensität der einfallenden Strahlung entspricht. Wie bereits zuvor angesprochen, gibt die Platte Energie in Form von Wärmestrahlung sowie Wärmeleitung an die Umgebung ab. Folglich geht auch eine gewisse Leistung in Form eines Wärmeverlustes der Platte verloren, welche nicht einberechnet wird. Diese ist allerdings nicht weiter quantifizierbar, da diese Wärmeabgabe von enorm vielen Faktoren abhängig ist. Dazu gehören zum Beispiel Dinge wie die momentane Umgebungstemperatur inklusive Luftzirkulation, Wärmeleitfähigkeit der umgebenden Materialien, momentane Temperatur der Platte selbst und so weiter. Betrachtet man allerdings die Abweichung des Messwertes von dem Referenzwert, so lässt sich vermuten, dass diese Faktoren einen erheblichen Einfluss auf die Messung haben.

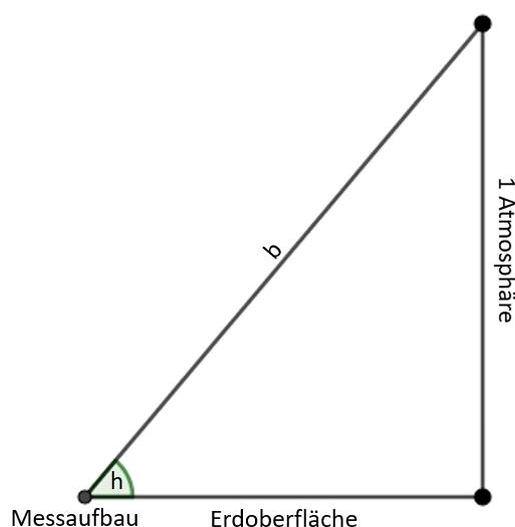


Abbildung 17:
Ein rechtwinkliges Dreieck wird in die Atmosphäre einbeschrieben
Hier mit dem Elevationswinkel h anstelle von φ

3.1.5.3 Prozessverbesserung

Wie bereits festgestellt wurde, ist ein grosser Teil der Abweichung zum Referenzwert durch die Abschwächung des Energieflusses durch die Atmosphäre zu begründen. Nebst der Abschwächung, welche bereits bei Kapitel 2.4.10 thematisiert wurde, wird diese noch durch die Elevation der Sonne vergrössert. In einem weiteren Schritt sollte daher vor allem ein Weg gefunden werden, diese Abschwächung zu berücksichtigen. Als Ansatz dazu könnte das Lambert-Beer'sche Gesetz dienen.

3.2 Temperatur- & Winkelmessung (Experiment 2)

3.2.1 Theoretische Voraussetzungen

3.2.1.1 Lambert-Beer'sches Gesetz

Wie bereits angetönt, wird für folgendes Experiment das Lambert-Beer'sche Gesetz verwendet. Dieses lautet (Beenhereb4 & Cepheiden, 2020):

$$dI = -I\varepsilon^*c(h)dx$$

Dabei handelt es sich um die Abnahme der Strahlungsintensität dI , die Intensität Transmittierten Lichtes I , die Stoffmengenkonzentration der absorbierenden Substanz c . Diese ist im Fall der Atmosphäre mit zunehmender Höhe abnehmend. Deshalb wird sie hier als Funktion $c(h)$ der Höhe h beschrieben. Zudem spielt der Extinktionskoeffizient ε^* , der abhängig von der absorbierenden Substanz und der Wellenlänge ist, eine wichtige Rolle. Auch von Relevanz ist die Schichtdicke dx . Eigentlich hat dieses Gesetz nur Gültigkeit bei einer bestimmten Wellenlänge. Betrachtet man allerdings die Abbildung 18, so lässt sich erkennen, dass das Licht im sichtbaren Bereich nahezu gleich stark absorbiert wird. Aus Abbildung 2 in Kapitel 2.5.1 wird zudem klar, dass der grösste Teil der Leistung ebenfalls durch das sichtbare Licht zustande kommt. Folglich kann die Abschwächung der Strahlung der verschiedenen Wellenlängen für die folgende Rechnung gleichgesetzt werden.

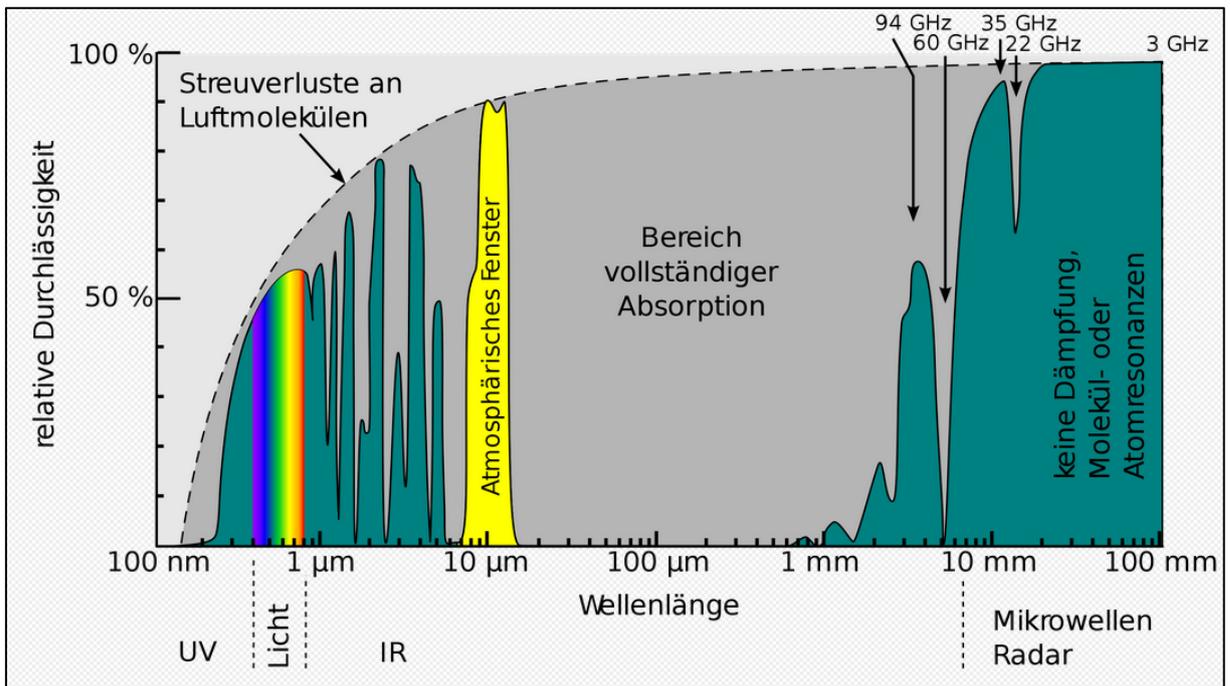


Abbildung 18: Abschwächung des einfallenden Lichtes durch die Atmosphäre (Cepheiden, 2008)

Durch Termumformung erhält man:

$$\frac{dI}{I} = -\varepsilon^* c(h) dx$$

Definiert man nun:

$$-\varepsilon^* c(h) = \alpha(h)$$

So ergibt sich:

$$\frac{dI}{I} = \alpha(h) dx$$

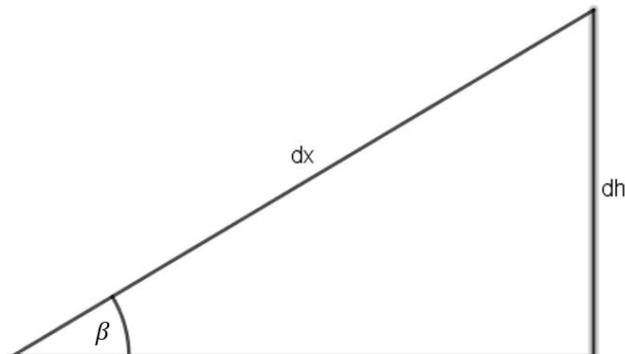


Abbildung 19: Rechtwinkliges Dreieck, welches in die absorbierende Substanz eingeschrieben wird

Wenn das Licht nun in einem Einfallswinkel β in die absorbierende Substanz einfällt, kann die Schichtdicke einfach unter Anwendung des Sinussatzes ermittelt werden. So ergibt sich gemäss der Abbildung 19 folgende Formel mit der Schichthöhe dh :

$$\sin(\beta) = \frac{dh}{dx}$$

Nun wird diese nach der Schichtdicke umgeformt und eingesetzt:

$$dx = \frac{dh}{\sin(\beta)}$$

$$\frac{dI}{I} = -\alpha(h) \frac{dh}{\sin(\beta)}$$

Es werden nun beide Teile der Gleichung integriert. Die eine Teilgleichung wird von der Intensität des einfallenden Lichtes I_0 bis zur Intensität des transmittierten Lichtes integriert. Die andere Teilgleichung hingegen wird von der Referenzhöhe, auf der die Messserie stattfindet, (folglich wird sie als 0 definiert) bis zur Höhe H integriert. Die Höhe H stellt hier die Höhe dar, auf der die Intensität des einfallenden Lichtes noch nicht abgeschwächt wird. Die Distanz zwischen der Referenzhöhe und der Höhe H wird im Folgenden als eine Atmosphärendicke beschrieben.

$$\int_{I_0}^I \frac{1}{I} dI = \int_0^H -\alpha(h) dh \frac{1}{\sin(\beta)}$$

$$\int_{I_0}^I \frac{1}{I} dI = -\frac{1}{\sin(\beta)} \int_0^H -\alpha(h) dh$$

$$\ln(I) - \ln(I_0) = -\frac{1}{\sin(\beta)} \int_0^H \alpha(h) dh$$

Aus dem bestimmten Integral, welches von der Höhe abhängt, ergibt sich ein konstanter Faktor α^* . Dies gilt allerdings nur, solange sich die Referenzhöhe während einer Messserie nicht ändert.

$$\int_0^H \alpha(h) dh = \alpha^*$$

Daraus ergibt sich am Ende:

$$\ln(I) - \ln(I_0) = -\alpha^* \frac{1}{\sin(\beta)}$$

$$\ln(I) = -\alpha \cdot \frac{1}{\sin(\beta)} + \ln(I_0)$$

Bezieht man sich nun auf die Atmosphäre als abschwächende Substanz so fällt auf, dass der Teilterm $\frac{1}{\sin(\beta)}$ der selben Rechnung wie bei Kapitel 3.1.5.2 entspricht. Wie in diesem Kapitel bereits erläutert wurde, handelt es sich dabei um die Länge der Strecke, welche vom Licht passiert wird, relativ zu einer Atmosphärendicke. Oder einfacher ausgedrückt, handelt es sich dabei um die Anzahl Atmosphären, die passiert werden. Das heisst, das Prinzip von Abbildung 17 (aus Kapitel 3.1.5.2) kann auf die Abbildung 19 übertragen werden. Dazu muss allerdings die Näherung getroffen werden, dass die Erde flach ist, was bekanntlich nur für eine kleine Oberfläche näherungsweise stimmt. Dieses Thema wird in Kapitel 3.2.1.2 noch genauer behandelt.

Trzotzdem kann der Teilterm $\frac{1}{\sin(\beta)}$ forerst mit den Definitionswerten x gleichgesetzt werden. Ebenfalls wird die Teilgleichung $\ln(I)$ mit den Funktionswerten $f(x)$ gleichgesetzt. Folglich ergibt sich:

$$\begin{aligned} \frac{1}{\sin(\beta)} &= x \\ \ln(I) &= f(x) \end{aligned}$$

Daraus folgt:

$$f(x) = -\alpha \cdot x + \ln(I_0)$$

Dies ist die Funktionsvorschrift für eine lineare Funktion. Im Folgenden sind sowohl die x -Werte sowie die Funktionswerte bestimmbar. Folglich können die Punkte in einem Koordinatensystem eingetragen werden. Daraus kann anschliessend mit Hilfe von einer linearen Regression beziehungsweise einer Trendlinie die Gerade bestimmt werden. Dabei gilt natürlich das mehr Datenpunkte zu genaueren Ergebnissen führen. Ist diese offengelegt, kann der y -Achsenabschnitt ermittelt werden. Der y -Achsenabschnitt entspricht nämlich I_0 . Bezieht man sich hier wieder auf die Atmosphäre als abschwächende Substanz stellt der Wert einfallenden Lichtes I_0 die Solarkonstante I_s dar. Dies wird verdeutlicht, wenn man sich die Definitionswerte als Atmosphärendicke vorstellt, denn dabei wird der y -Achsenabschnitt bei null Atmosphären (also keiner Abschwächung) erreicht.

3.2.1.2 Kleinwinkel Approximation

Wie bereits erwähnt, können die im Kapitel 3.2.1.1 getroffenen Ausführungen nicht bedingungslos auf die Atmosphärenabschwächung angewendet werden. Zur Herleitung der Formel muss die Erdoberfläche als flach angenommen werden. Um diese Näherung zu rechtfertigen kann die Kleinwinkelapproximation oder auch Kleinwinkelnäherung verwendet werden.

Diese besagt, dass wenn ein Winkel hinreichend klein ist, sowohl der Sinus als auch der Tangens dem Winkel γ in Radianen selbst entspricht. Es folgt:

$$\begin{aligned}\sin(\gamma) &\approx \gamma \\ \tan(\gamma) &\approx \gamma\end{aligned}$$

für Winkel $\gamma \ll \frac{\pi}{9}$

Dies wird in der Abbildung 20 & der Abbildung 21, durch die Betrachtung der jeweiligen Funktionsgraphen, veranschaulicht. Zudem ist zu erkennen, dass die Näherung umso genauer wird je kleiner der Winkel ist.

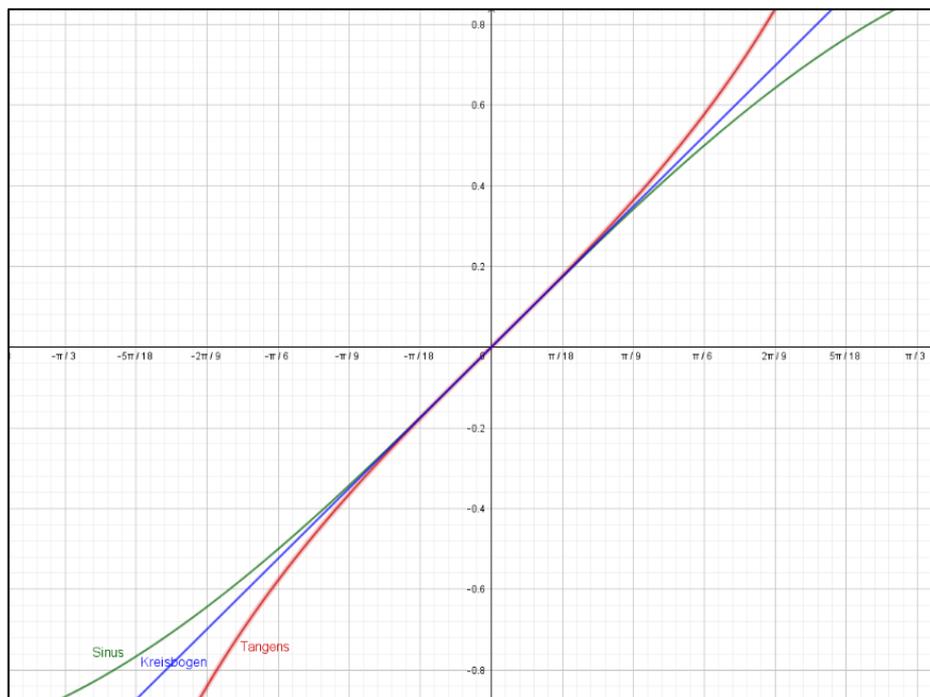


Abbildung 20: Grafik der Tangensfunktion (rot) Kreisbogenfunktion (blau)
Sinusfunktion (grün)



Abbildung 21: vergrößerte Grafik der Abbildung 16

Angewendet wird diese Näherung auf die Erdoberfläche. So wird der jeweilige Kreisbogen, der die Erdoberfläche darstellt, mit der entsprechenden Tangens- beziehungsweise Sinusstrecke gleichgesetzt. Mit dieser Grundlage kann die Erdoberfläche über kleine Strecken als Flach angenommen werden, wie in der Abbildung 22 klar wird.

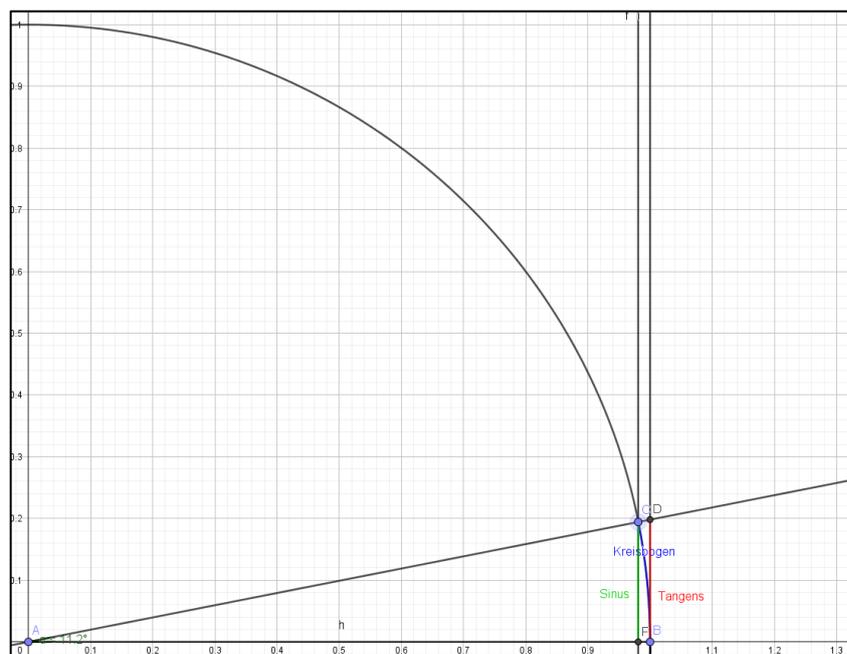


Abbildung 22: Grafik der Kleinwinkelnäherung am Kreis
(hier ist die Näherung ungenau, um die Grafik verständlicher zu gestalten)

Wenn die Erde über eine Strecke als flach angenommen werden kann, wird der Atmosphäre an dieser Stelle ein rechtwinkliges Dreieck, wie in der Abbildung 23 dargestellt, einbeschrieben. Dieses Dreieck wird nun wie in dem Kapitel 3.2.1.1 zur Weiterentwicklung des Lambert-Beer'schen Gesetzes verwendet.

Nun gilt es allerdings sicherzustellen, dass der entsprechende Winkel (ausgehend vom Erdmittelpunkt) γ ausreichend klein ist, um eine Kleinwinkelnäherung anwenden zu können. Definiert wird dieser Winkel durch die Elevation φ sowie die Atmosphärenhöhe H . Diese stellt die Höhe (hier ausgehend von der Meereshöhe) dar, auf der die Lichtintensität noch nicht abgeschwächt wird. Etwas einfacher ausgedrückt, die Höhe auf der die Atmosphäre in den Weltraum übergeht. Dabei ist die Festlegung der Atmosphärenhöhe schwierig, da er Übergang zum Weltraum fließend verläuft. Allerdings stösst man in der Literatur auf Werte die sich zwischen 300km (Grehn & Krause, 2007) und 600km (Saperaud & Geof, 2020) liegen. Dabei können die Teilchen auf einer Höhe von 600km aus der Atmosphäre entweichen. Da sich eine dickere Atmosphäre auf den entsprechenden Winkel vergrößernd auswirkt, wird im Folgenden von 600km ausgegangen. Damit kann eine obere Grenze für die Elevation festgelegt werden, bei welcher die Kleinwinkelnäherung mit Sicherheit funktioniert.

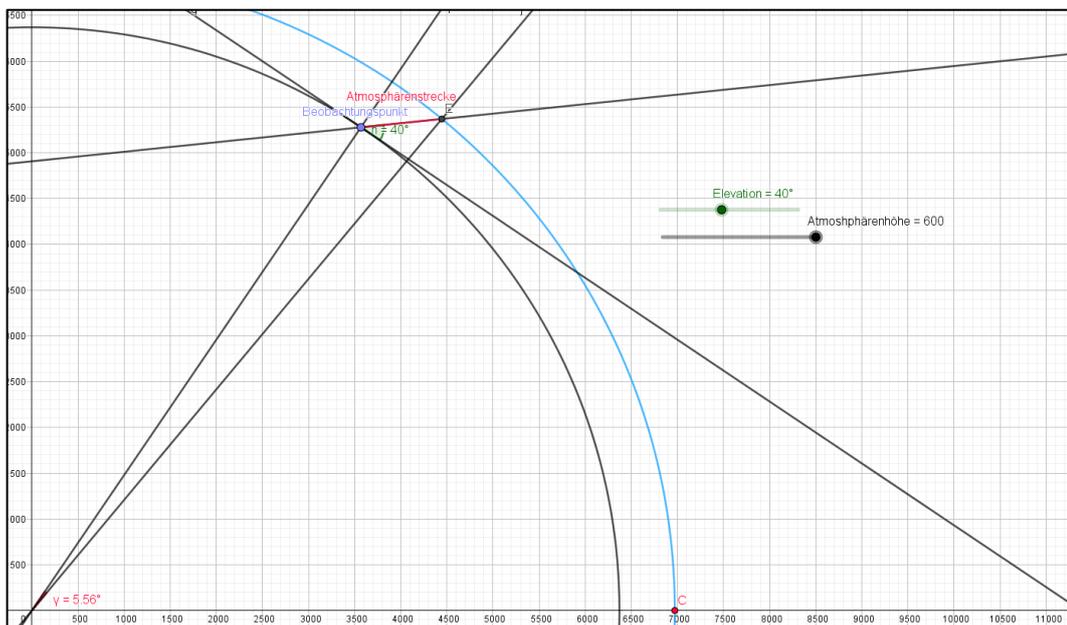


Abbildung 23: Querschnitt der Erde mit Atmosphäre mit einbeschriebenem Dreieck (hier den Elevationswinkel h anstelle von φ)

Durch die Verwendung einfacher Trigonometrischer- sowie des Innenwinkelsummensatzes, lässt sich aus der Grafik in der Abbildung 23 folgender Zusammenhang erstellen.

$$\gamma = 90^\circ - \varphi - \arcsin\left(\frac{R_E * \cos(\varphi)}{R_E + H}\right)$$

	Relative Abweichung bei		
Näherung	$x = \pi/36 = 5^\circ$	$x = \pi/24 = 7,5^\circ$	$x = \pi/18 = 10^\circ$
x statt $\sin x$	0,13 %	0,3 %	0,5 %
x statt $\tan x$	-0,25 %	-0,6 %	-1,0 %

Abbildung 24: Tabelle der relativen Abweichungen der Kleinwinkelapproximation (Saure, 2020)

Geht man nun davon aus, dass die relative Abweichung unter $\pm 1\%$ liegen sollte, um möglichst nahe an der Realität zu bleiben, muss folglich der entsprechende Winkel γ im Erdmittelpunkt gleich oder kleiner als 7.5° sein (Abbildung 24). Dies kann nun für γ in die Formel eingesetzt werden.

$$\gamma = 7.5^\circ$$

$$7.5^\circ = 90^\circ - \varphi - \arcsin\left(\frac{6.371 * 10^6 m * \cos(\varphi)}{6.371 * 10^6 m + 600 * 10^3 m}\right)$$

Diese Gleichung lässt sich, unter Zuhilfenahme von GeoGebra, grafisch lösen:

$$\varphi = 30.7^\circ$$

Beziehungsweise:

$$\varphi \geq 30.7^\circ$$

Folglich sollte die Elevation während den Messungen grösser als 30.7° sein, um die Kleinwinkelapproximation mit einer Abweichung von kleiner 1% zu gewährleisten.

3.2.1.3 Lineare Regression

Um der generierten Wolke aus Datenpunkten die passendste Gerade zuzuschreiben, wird eine lineare Regression angewendet. Für die im Folgenden aufgeführte Methode und die darauf aufbauende Fehlerberechnung gelten allerdings gewisse Bedingungen. Erstens müssen die Fehler der Definitionswerte vernachlässigbar in Relation zu den Fehlern der Funktionswerte sein. Zweitens müssen die Fehler der Funktionswerte identisch sein, beziehungsweise einen vernachlässigbar geringen Unterschied aufweisen. Sind diese Bedingungen erfüllt, können folgende Formeln zur Berechnung der Funktionsvorschrift mit der Steigung a und dem y-Achsenabschnitt m verwendet werden:

$$y = a * x + m$$

$$a = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x}) * (y_i - \bar{y})}{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}$$

$$m = \bar{y} - a * \bar{x}$$

Wobei \bar{x} und \bar{y} die entsprechenden Mittelwerte darstellen. (JonskiC, 2020) ([2] PCII_00_Fehlerrechnung.pdf)

3.2.2 Material und Ressourcen

Im folgenden Experiment wurden die exakt gleichen Materialien, sowie die digitalen Ressourcen verwendet wie im Experiment 1. Folglich kann hierbei nur auf das Kapitel 3.1.2 mit den Unterkapiteln 3.1.2.1 und 3.1.2.2 verwiesen werden.

3.2.3 Durchführung

3.2.3.1 Aufbau der Apparatur

Der Messaufbau entspricht dem bereits entwickelten Messaufbau aus dem Kapitel 3.1.3.

3.2.3.2 Erhebung zusätzlicher Daten

Auch bei der Erhebung der Daten, wurde gleich wie bei dem Experiment 1 vorgegangen. Entsprechend kann hier auf das Kapitel 3.1.3.2 verwiesen werden.

3.2.3.3 Messablauf

Im Folgenden wird die weiterentwickelte Form des Lambert-Beer'schen Gesetzes auf die Abschwächung der Intensität der Strahlung durch die Atmosphäre angewendet. Der Messablauf ähnelt in den meisten Punkten dem Kapitel 3.2.3.3. Erst wird die durchschnittliche Zunahme an Wärmeenergie ΔQ_{E2} deckungsgleich ermittelt. Anders als bei dem Experiment 1 wird dies allerdings mehrmals bei unterschiedlicher Elevation durchgeführt. Die Elevation sollte allerdings, wie bereits thematisiert (3.2.1.2), grösser als 30.7° sein. Dabei sollten mehr als zwei, im Optimalfall viele Messwerte generiert werden. Nun wird ΔQ_{E2} in die Heizleistung I_{E2_n} umgerechnet. Anders als bei dem Experiment 1 werden diese allerdings noch nicht in die Einheit $\frac{W}{m^2}$ umgerechnet, sondern bleiben vorerst in der Einheit von $\frac{W}{64cm^2}$. Um aus diesen Messwerten Funktionswerte gemäss der Theorie (3.2.1.1) zu entwickeln, werden die Heizleistungen beziehungsweise die Bestrahlungsintensitäten I_{E2_n} jeweils zur Basis e logarithmiert. Zudem werden die entsprechenden Definitionswerte mit der entsprechenden Elevation φ_{E2_n} , gemäss der Theorie mit $\frac{1}{\sin(\beta)}$ beziehungsweise $\frac{1}{\sin(\varphi_{E2_n})}$ berechnet. Es folgt also für ein Datenpunkt:

$$P_{E2_n} = \left(\frac{1}{\sin(\varphi_{E2_n})}, \ln(I_{E2_n}) \right)$$

Mit den somit generierten Messpunkten wird nun eine lineare Regression durchgeführt. Dies kann mit der in Kapitel 3.2.1.3 beschriebenen Methode durchgeführt werden, denn der Fehler der Definitionswerte sollte verschwindend gering in Relation zu den Fehlern der Funktionswerte sein. Diese können also im Folgenden vernachlässigt werden, da die optische Ausrichtungsmethode sehr präzise ist und somit mit den Winkelangaben von der digitalen Quelle (3.1.2.2) übereinstimmen dürfte. Mit dieser wird die Genauigkeit des Elevationswinkels auf $\pm 0.05^\circ$ bestimmt, was bei grösseren Winkeln, wie erwähnt, nicht relevant ist. Da die Elevation allerdings mit der Sinus Funktion verrechnet wird, kann es bei sehr kleinen Winkeln durchaus einen nicht irrelevanten Einfluss auf den Definitionswert nehmen. Dies stellt allerdings kein Problem dar, da gemäss der Kleinwinkelapproximation ohnehin nicht bei kleinen Elevationswinkeln gemessen wird.

Ebenfalls setzt die angegebene Methode mit der linearen Regression voraus, dass die entsprechenden Fehlerspannweiten der Funktionswerte bei jedem Punkt gleich sind. Da sich die Elevation der Sonne stetig ändert, kann der statistische Fehler der einzelnen Punkte nicht bestimmt werden. Allerdings kann der Maximale Fehler, aufgrund der Ungenauigkeit der Messgeräte, repräsentativ für die Fehlerspannweite berechnet werden. Folglich muss vor der Auswertung der Resultate eine Analyse der maximalen Fehler der Funktionswerte durchgeführt werden.

3.2.4 Resultate & Fehlerberechnung

3.2.4.1 Fehlerberechnung der Funktionswerte

Eine Analyse der maximalen Fehler für die Funktionswerte wird im Folgenden nicht durchgeführt, da die Messwerte weit ausserhalb des möglichen Bereiches sind. Dies lässt auf einen Fehler in der Methodik schliessen und macht eine genauere Analyse unnötig.

Hingegen kann der Fehler für die Heizleistung analog zum Kapitel 3.1.4.1 berechnet werden.

3.2.4.2 Resultate

Es ist in der Abbildung 25 & der Abbildung 26 ersichtlich, dass die Temperatur sich konstant erhöht. Im Gegensatz zum Experiment 1 ist dabei keine signifikante Abflachung zu erkennen.

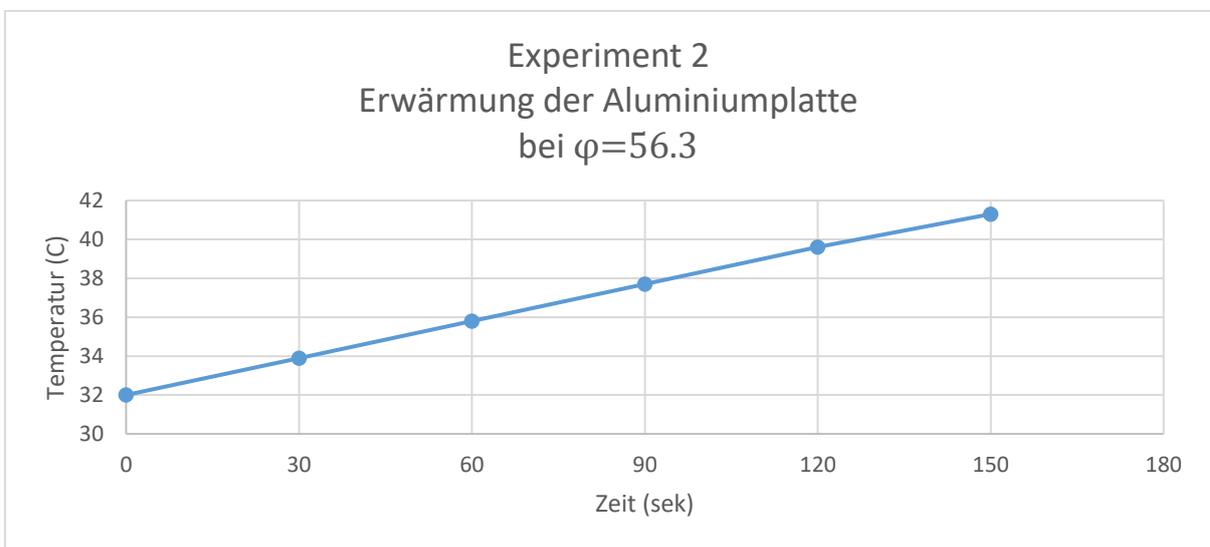


Abbildung 25: Temperaturkurve der ersten Messserie von Experiment 2

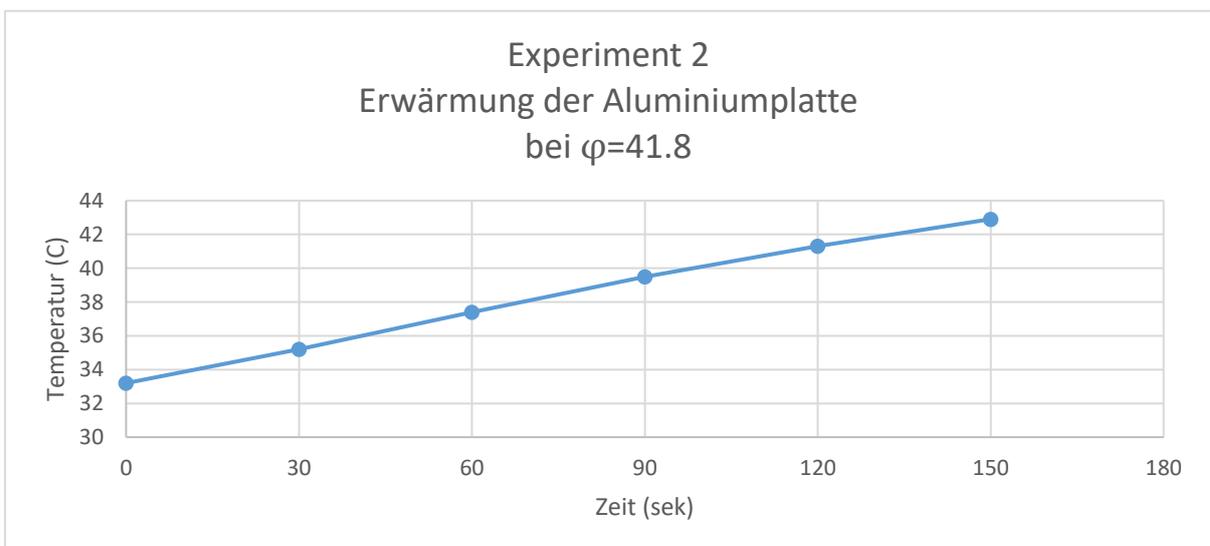


Abbildung 26: Temperaturkurve der zweiten Messserie von Experiment 2

Betrachtet man die Messwerte in der Abbildung 27 & der Abbildung 28, so lässt sich erkennen, dass obwohl bei der zweiten Messung die Elevation um einiges niedriger ausfällt als bei der Ersten Messung, die Heizleistung höher ist. Dies widerspricht der Theorie stark, denn das würde bedeuten, dass die Bestrahlungsstärke der Sonne trotz grösserer Abschwächung der Atmosphäre zunimmt. (Die restlichen Daten finden sich im Anhang)

Durchschnittliche Temp. Differenz	1.86 K
Energie pro 30sek	133.3248 J
Watt pro 64cm ²	4.44416 W/64cm ²
Watt pro m ²	694.4 W/m ²
Anzahl Atmosphährendicken	1.20198936
Obergrenze	716.8 W/m ²
Untergrenze	672 W/m ²

Abbildung 27: Resultate der ersten Messserie von Experiment 2

Durchschnittliche Temp. Differenz	1.94 K
Energie pro 30sek	139.0592 J
Watt pro 64cm ²	4.63530667 W/64cm ²
Watt pro m ²	724.266667 W/m ²
Anzahl Atmosphährendicken	1.500302
Obergrenze	746.666667 W/m ²
Untergrenze	701.866667 W/m ²

Abbildung 28: Resultate der zweiten Messserie von Experiment 2

3.2.5 Diskussion

3.2.5.1 Besonderheiten

Die Zunahme der Heizleistung bei niedriger Elevation ist ein so deutlicher Widerspruch zu der Theorie, dass es auf einen Fehler in der Methodik schliessen lässt. Deshalb wird die Messserie entgegen den in Kapitel 3.2.3.3 entwickelten Vorgaben, so viele Messungen wie möglich durchzuführen, nach zwei Messungen abgebrochen. Denn wenn die Werte sich bei abnehmender Elevation erhöhen, würde dies bedeuten, dass die Steigung der Trendlinie positiv ist. Das hätte zur Folge, dass der y-Achsenabschnitt und somit auch die Extrapolierte Solarkonstante niedriger als die gemessenen Bestrahlungsstärken wäre.

Den Fehler in der Methodik lässt sich mit dem Temperaturverlust der Aluminiumplatte an die Umgebung erklären. Denn entgegen der vereinfachten Betrachtungsweise in der Theorie 3.1.1.3 entspricht die Heizleistung der Platte nicht dem Energiefluss, welcher auf die Platte trifft. Die Heizleistung P_h setzt sich nämlich nicht nur aus dem Energiefluss P_S , sondern auch aus dem Wärmeverlust P_V zusammen. Dabei wird allerdings nur P_S durch die Sonneneinstrahlung verursacht.

$$P_S - P_V = P_h$$

Für die Strahlungsintensitätswerte der Erde sollte also eigentlich P_S verwendet werden:

$$I_n = \frac{P_S}{A}$$

Dieser Wärmeverlust der Platte würde auch erklären, wieso der zweite Wert eine höhere Heizleistung aufweist als der Erste. Betrachtet man nämlich die jeweilige Umgebungstemperatur während den Messungen, so stellt man fest, dass sie bei der zweiten Messung höher ist. Denn das Temperaturmaximum der Luft setzt verspätet zum Intensitätsmaximum der Sonnenstrahlung ein. Genaugenommen betrug die Lufttemperatur in Triengen 22.9°C während der ersten Messung und 24.5°C bei der zweiten Messung. Dies hat zur Folge, dass die Temperaturdifferenz bei der ersten Messung höher ist, und somit auch der Wärmeverlust höher ausfällt.

3.2.5.2 Vergleich mit Referenzwert

Wie bereits erwähnt, macht ein Vergleich mit einem Referenzwert sowie das Errechnen eines extrapolierten Wertes für die Solarkonstante keinen Sinn. Da diese niedriger als die Messwerte ausfallen würde. Diese Abweichung übersteigt jene des ersten Experimentes. Folglich wird der Fehler in der Methodik vermutet, und es bedarf einer weiteren Überarbeitung des Vorgehens.

3.2.5.3 Prozessverbesserung

Wie festgestellt, ist der unkontrollierbare Temperaturverlust das Hauptproblem für die genauere Bestimmung der Solarkonstante. Denn um die Atmosphärenabschwächung auszuschalten, muss vorerst der Temperaturverlust der Platte an die Umgebung beseitigt werden. Es bedarf einer Methode, bei welcher die Bestrahlungsstärke isoliert von der Temperatur oder dem Temperaturverlust ermittelt wird. Als möglicher Ansatz dafür würde sich eine Referenzplatte anbieten, welche gleichen Umgebungsbedingungen bzw. Temperaturverlusten ausgesetzt ist. Diese Referenzplatte könnte dann mit einer messbaren Leistung beheizt werden. Die Leistung wäre somit repräsentativ für den Energiefluss, der auf die Platte eintrifft, isoliert von den Umgebungseinflüssen.

3.3 Leistungs- und Winkelmessung (Experiment 3)

3.3.1 Theoretische Voraussetzungen

Wie bereits ausgeführt wird im Folgenden eine Referenzplatte benutzt. Wenn eine Platte mit einem elektrischen Widerstand R_{Ω} beheizt wird, kann man den Energiefluss P_E mit einem Speisegerät, also der entsprechenden Spannung U und dem Strom I_A , kontrollieren und somit bestimmen. Wird diese Platte nun erhitzt, wird sich nach einiger Zeit eine relativ konstante Maximaltemperatur T_{MAX} einstellen (solange der Stromfluss konstant bleibt). Denn mit zunehmender Temperatur der Platte, und somit zunehmender Temperaturdifferenz zur Umluft, wird auch der Wärmeverlust P_V der Platte steigen. Ist eine ausreichend hohe Temperatur erreicht, ist der Energiefluss gleich gross wie der Wärmeverlust, und die Temperatur der Platte bleibt relativ konstant. Es stellt sich ein entsprechendes Gleichgewicht ein. <<Relativ konstant>>, da sich ändernde äussere Einflüsse wie Wind usw. Einfluss auf den Temperaturverlust nehmen können. Die solar beheizte Platte, wird den exakt gleichen äusseren Bedingungen ausgesetzt. Sie wird jedoch durch den Energiefluss P_S der Strahlung erwärmt und dadurch ebenfalls eine Maximaltemperatur erreichen. Entspricht die Maximaltemperatur der elektrisch beheizten Platte der Maximaltemperatur der solar beheizten Platte, ist die Heizleistung dieselbe. Aufgrund der Tatsache, dass der Wärmeverlust der beiden identischen Platten bei derselben Temperatur gleich ist, lässt sich folgern, dass auch der Energiefluss gleich sein muss. Zudem sollten sich signifikante Schwankungen des Wärmeverlustes durch äussere Bedingungen auf beide Platten gleich auswirken und deshalb die Temperatur auch gleich beeinflussen. (Abbildung 29)

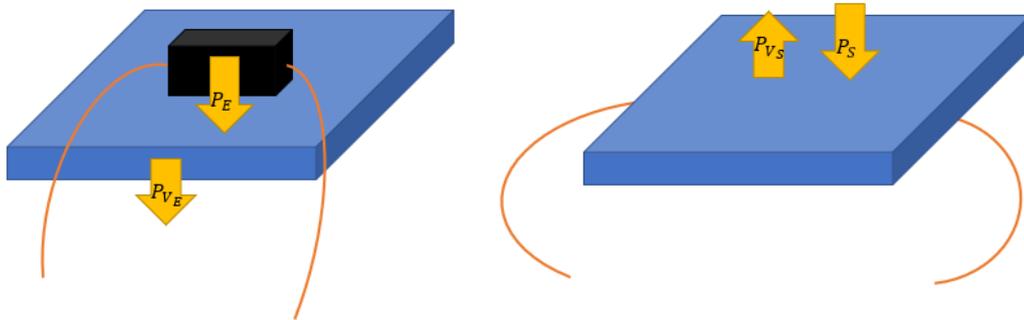


Abbildung 29: Leistungsschema der elektrisch beheizten Platte (links) und der solar beheizten Platte (rechts)

Es gilt für die elektrische Platte:

$$P_E - P_{V_E} = P_{h_E}$$

Wobei P_{h_E} die Temperatur T_E der Platte erzeugt.

Deckungsgleich für die solare Platte:

$$P_S - P_{V_S} = P_{h_S}$$

Wobei P_{h_S} die Temperatur T_S der Platte erzeugt wenn nun:

$$\begin{aligned} T_S &= T_{MAX_S} \\ T_E &= T_{MAX_E} \\ T_{MAX_S} &= T_{MAX_E} = T_{MAX} \end{aligned}$$

Daraus Folgt:

$$P_{h_E} = P_{h_S} = P_h$$

Und da die Temperaturen der Platten gleich sind:

$$P_{V_S} = P_{V_E} = P_V$$

Daraus ergibt sich:

$$\begin{aligned} P_S - P_V &= P_S - P_V \\ P_S &= P_E \end{aligned}$$

Wie bereits im Kapitel 3.2.5.1 ausgeführt, sollte für die Intensitätswerte I_n des Lambert-Beer'schen Verfahrens P_S verwendet werden. Es folgt:

$$I_n = \frac{P_S}{A}$$

P_S beziehungsweise P_E , kann über die Einstellung des Speisegerätes ermittelt werden. Dabei kann die Spannung U mit der Stromstärke I_A multipliziert werden.

$$I_A * U = P_E = P_S$$

3.3.2 Material und Ressourcen

Für das folgende Experiment werden vorwiegend dieselben Materialien und Ressourcen verwendet wie in den vorgängigen Experimenten. Allerdings werden die Materialien auch oft geringfügig verändert oder erweitert. Aus diesem Grund wird die Materialliste angepasst und erneut aufgelistet.

3.3.2.1 Verwendetes Material

Im Folgenden werden nur jene Materialien aufgeführt, welche sich von denen unterscheiden, die in den ersten Experimenten (3.1.2.1) verwendet wurden. Dabei wird das Thermometer (hier allerdings in doppelter Ausführung), das Stativ, die Wärmeleitpaste, die Kartonabdeckung und die Holzhalterung unverändert übernommen.

Objekt:

Zwei schwarz eingefärbte Aluminiumplatten mit Heizwiderständen

Hier verwendet:

Es werden zwei Aluminiumplatten auf einer Seite mit mattschwarzer Farbe eingefärbt. Auf der anderen Seite der Platte werden Heizwiderstände $R_\Omega = 100\Omega$ mit Schrauben befestigt und mit leitfähigen Drähten verbunden. Zudem wird zwischen dem Widerstand und der Platte eine Schicht Wärmeleitpaste angebracht.

Funktion:

Die schwarze Farbe sorgt bei der einen Aluminiumplatte für eine fast vollständige Absorption der Sonnenstrahlung. Die dadurch gewonnene Energie wird in Wärme umgesetzt. Durch den Widerstand, der sich bei einem Stromfluss erwärmt, kann die Temperatur der zweiten Aluminiumplatte reguliert werden. Dabei sind beide Platten genau gleich ausgestattet, um zu gewährleisten, dass sie identisch sind (gemäß Kapitel 3.3.1).

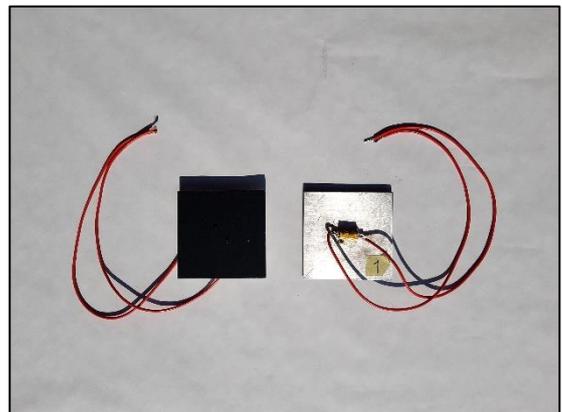


Abbildung 30: schwarz eingefärbte Aluminiumplatten mit Widerständen

Beschreibung:

Die Platten haben eine Masse $m_p = 0.08kg$, eine Fläche $A_p = 64cm^2$ und ein auf das Thermometer angepasstes Loch mit ca. $2cm$ tiefe.

Objekt:

Plattenhalterung aus Isolationsmaterial mit Windschutz

Hier verwendet:

Es wird ein Styroporquader mit einer darauf verklebten Holzhalterung verwendet, auf der die Aluminiumplatten zu liegen kommen. Zudem wird um den Styroporquader ein Windschutz aus Karton platziert (Dieser ist auf der beiliegenden Abbildung noch nicht befestigt worden). Zudem wird in dem Styroporblock eine Vertiefung platziert, sodass die Widerstände darin zu liegen kommen. Zudem wird ein Kanal erstellt, durch den die Kabel geführt werden können.



Abbildung 31: Styroporquader mit Holzhalterung und Vertiefungen für die Widerstände

Funktion

Die Platten sollen senkrecht zur Sonne ausgerichtet werden, und eine soll sich dabei von der Strahlung erwärmen. Wichtig ist allerdings, dass sie währenddessen den exakt gleichen Bedingungen (bis auf den Sonnenschutz) ausgesetzt sind. Durch die Isolationsmaterialien und den Windschutz sollen die Temperaturschwankungen gering gehalten werden, was bei der späteren Durchführung von grossem Nutzen ist.

Objekt:

Speisegerät mit entsprechenden Kabeln

Hier verwendet:

RND 320-KA3005D

Funktion:

Dieses Gerät sollte die zu beheizende elektrische Platte mit Strom & Spannung versorgen. Dabei kann der Energiefluss durch die regulierbare Spannung kontrolliert werden, der Stromfluss ist resultierend und kann abgelesen werden. Somit kann die Heizleistung und dadurch die Temperatur der Platte gesteuert werden.

Spezifikationen:

Die Stromstärke wird auf $\pm(0.5\% + 10mA)$ und die Spannung auf $\pm(0.5\% + 10mV)$ bestimmt.

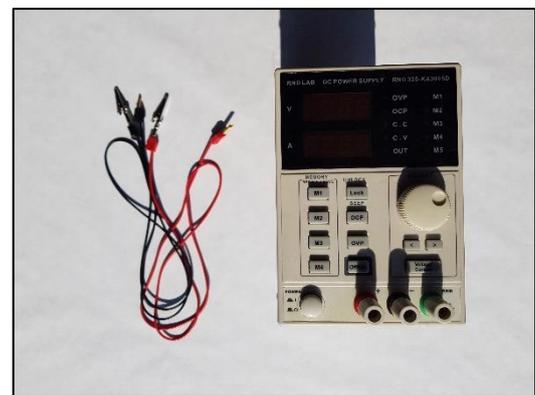


Abbildung 32: Speisegerät RND 320-KA3005D mit dazugehörigen Kabeln

Objekt:

Präzisions-Multimeter

Hier verwendet:

Fluke 87V

Funktion:

Dieses Gerät wird erst im späteren Verlauf eingesetzt. Da nach einer anfänglichen Analyse eine höhere Genauigkeit erzielt werden sollte.

Spezifikationen:

Die Stromstärke wird auf $\pm(0.2\% + 2mA)$ bestimmt.

Abbildung 33: schwarz-weiß Fotografie des Fluke 87V aus den Gerätespezifikationen

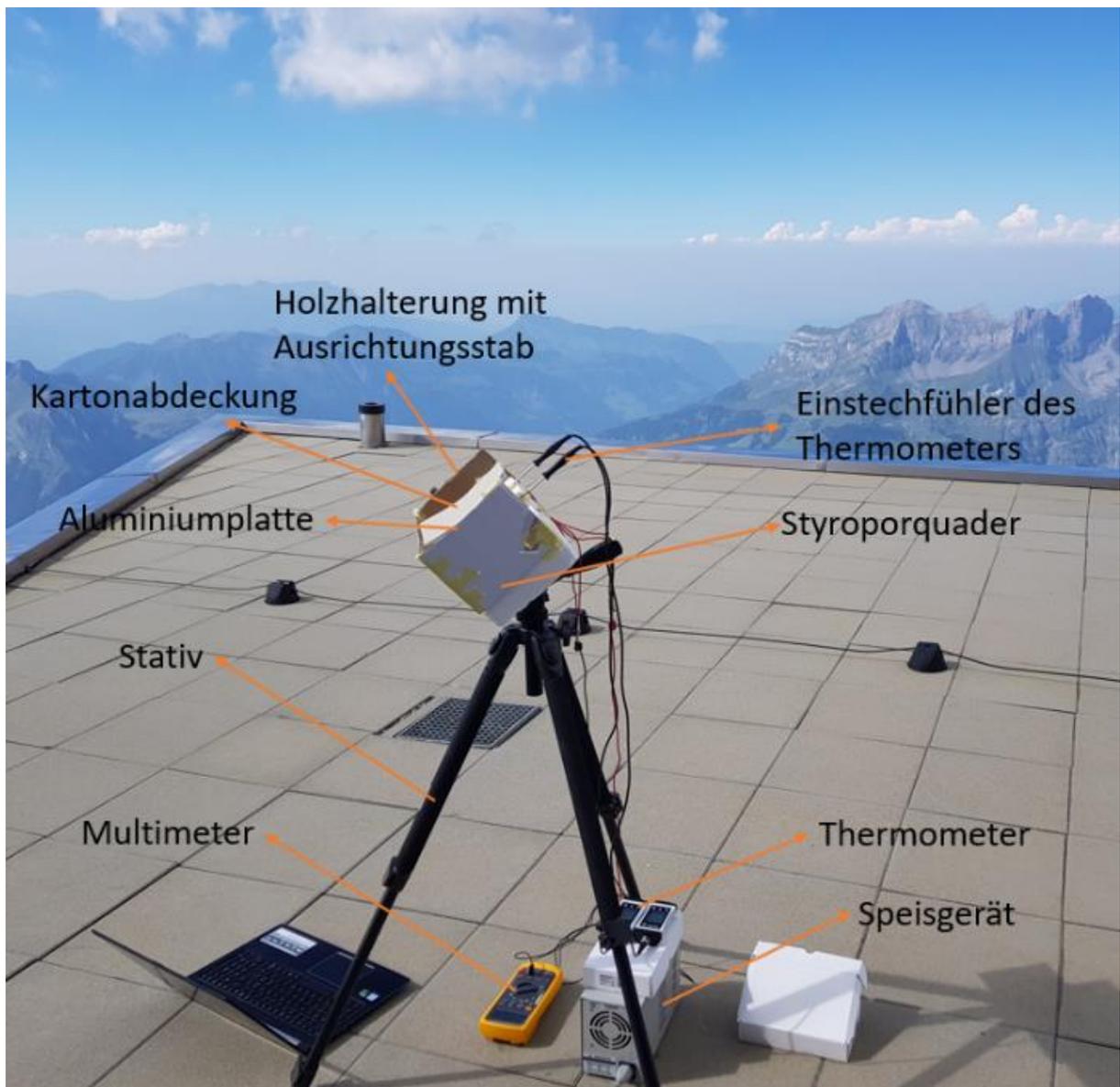


Abbildung 34: Gesamter Versuchsaufbau für Experiment 3

3.3.2.2 Digitale Ressourcen

Für die Auswertung des Experimentes werden die gleichen digitalen Ressourcen verwendet, wie in den vorangehenden Experimenten. Diese wurden bereits im Kapitel 3.1.2.2 beschrieben.

3.3.3 Durchführung

3.3.3.1 Aufbau der Apparatur und Erhebung zusätzlicher Daten

Der Messablauf ähnelt in vielen Punkten den vorangehenden Experimenten. Es werden dieselben zusätzlichen Daten zum Sonnenstand und Atmosphärenzustand erhoben (3.1.3.2). Da es für die folgende Messserie mehrere Messungen benötigt, wird zusätzlich die Uhrzeit festgehalten. Ebenfalls wird die Ausrichtungskonstruktion auf dieselbe Weise zusammengestellt. Mit dem Unterschied, dass auf dem Styroporquader nun zwei identische Aluminiumplatten platziert werden. Dabei wird eine Platte mit dem Sonnenschutz abgeschirmt und mit dem Speisgerät elektrisch verbunden. Dies ist in der Abbildung 34 zu erkennen. Zudem wird mit der bereits eingeführten App *Sonne, Mond, Planeten* die momentane Distanz zwischen der Sonne und der Erde R_n sowie die Elevation der Sonne festgehalten.

3.3.3.2 Messablauf

Die Messungen werden ebenfalls nur bei wolkenlosem Himmel beziehungsweise bei freier Sicht auf die Sonne durchgeführt. Gleich wie bei den ersten Experimenten wird die Konstruktion mittels Hebel am Stativ so ausgerichtet, dass das Metallrohr keinen eigenen Schatten wirft. Nun sind die Platten senkrecht zur Sonne ausgerichtet, wobei die mit dem Speisgerät elektrisch verbundene Platte mittels Kartonabdeckung vom Licht abgeschirmt ist. Anschliessend wird bei beiden Platten die Temperatur mittels Messspitze gemessen. Nun wird gewartet, bis die solar beheizte Platte ein Temperaturmaximum bzw. Temperaturgleichgewicht erreicht, und dieses relativ konstant bleibt. Dies dürfte gemäss Erfahrungswerten jeweils ca. 15min dauern.

Nun wird die abgeschirmte Platte, welche mit dem Speisgerät verbunden ist, mittels Widerstand elektrisch beheizt. Dazu wird die Spannung erhöht, wodurch sich der Stromfluss steigert. Dadurch erwärmt sich der Widerstand und in Folge dessen die Aluminiumplatte. Auch bei dieser Platte stellt sich ein relativ konstantes Temperaturmaximum bzw. Temperaturgleichgewicht ein. Nun wird die Spannung am Speisgerät so reguliert, dass sich bei beiden Platten dieselbe Temperatur einstellt. Dabei ist es gut möglich, dass die Temperatur, aufgrund äusserer Einflüsse, schwankt. Dies sollte allerdings kein Problem darstellen, da sich die äusseren Einflüsse auf beide Platten gleich auswirken. Allerdings sollten die Temperaturen der Platten für einen gewissen Zeitraum gleich sein, da sich Temperaturveränderungen eher träge einstellen, wenn die Spannung nur geringfügig verändert wird. Aufgrund von Erfahrungswerten sollte die Temperaturdifferenz während einer Minute geringer als 0.2°C sein. Erst wenn dies der Fall ist, wird die Messung für die Messserie gültig. Dabei werden die Temperaturen der Platten am Ende der Minute festgehalten. Ebenfalls wird die entsprechende Spannung und die Stromstärke des Speisgerätes erfasst.

Nun werden im Verlaufe des Tages bei verschiedenen Sonnenständen bzw. Elevationen der Sonne möglichst viele Messungen durchgeführt. Im Anschluss kann gemäss der Theorie

(3.3.1), für jeden Punkt die entsprechende Strahlungsleistung und damit die Leistung pro 64cm^2 ermittelt werden. Daraufhin wird gemäss der Theorie (3.2.1) mit den neu generierten Intensitätswerten I_{E3_n} weitergefahren. Dabei darf allerdings nicht vergessen werden, dass eine Analyse der maximalen Fehler der Funktionswerte durchgeführt werden soll.

3.3.4 Resultate und Fehlerberechnung

3.3.4.1 Fehlerberechnung der Funktionswerte

Für die Fehlerbestimmung der Funktionswerte, also der logarithmierten Leistungen pro 64cm^2 kann folgende Formel verwendet werden:

$$\Delta(\ln(P_S)) \Rightarrow \left| \frac{d(\ln(U * I_A))}{dU} \right| * \Delta U + \left| \frac{d(\ln(U * I_A))}{dI_A} \right| * \Delta I_A$$

$$I_A * U = P_S$$

wenn:

$$\Delta(\ln(P_S)) = \frac{1}{U * I_A} * I_A * \Delta U + \frac{1}{I_A * U} * U * \Delta I_A$$

$$\Delta(\ln(P_S)) = \frac{\Delta U}{U} + \frac{\Delta I_A}{I_A}$$

Da die Fehler der Spannung und der Stromstärke jeweils einen absoluten ΔU_α & ΔI_α sowie einen relativen Anteil ΔU_β & ΔI_β haben, folgt:

$$\Delta(\ln(P_S)) = \frac{\Delta U_\alpha}{U} + \frac{\Delta U_\beta * U}{U} + \frac{\Delta I_\alpha}{I_A} + \frac{\Delta I_\beta * I_A}{I_A}$$

$$\Delta(\ln(P_S)) = \frac{\Delta U_\alpha}{U} + \Delta U_\beta + \frac{\Delta I_\alpha}{I_A} + \Delta I_\beta$$

Wird dieses Verfahren nun auf die gemessenen Leistungen angewendet, so lässt sich erkennen, dass sich die Fehler vor allem im Tausendstel- und kleinen Hundertstel-Bereich unterscheiden. Folglich ist nicht sicher, ob die aufgeführte Methode mittels linearer Regression bedenkenlos angewendet werden kann. Deshalb sollte die Genauigkeit in weiteren Messserien verbessert werden, um im Anschluss ein Vergleich herstellen zu können, und die Richtigkeit der Methode zu bestätigen. Um diesen Vergleich herstellen zu können, wird im Folgenden trotzdem eine lineare Regression mit den noch ungenauen Messwerten durchgeführt.

Dazu wird in den Stromkreislauf zwischen Speisegerät und Heizwiderstand ein präzises Multimeter eingebaut, dieses soll die Stromstärke des Speisegerätes genauer messen.

Betrachtet man nun die Genauigkeit der mit dem Multimeter gemessenen Funktionswerte, so stellt man fest, dass diese sich erst im zehntausendstel-Bereich voneinander unterscheiden. Folglich sind die Fehler nahezu identisch, und es sollte keine Probleme mit der Anwendung der linearen Regression geben.

3.3.4.2 Fehlerberechnung

Entsprechend der Methode der linearen Regression aus Kapitel 3.2.1.3 können, unter der Erfüllung derselben Voraussetzungen, folgende Formeln zur Fehlerbestimmung der einzelnen Parameter angewendet werden. (JonskiC, 2020) ([2] PCII_00_Fehlerrechnung.pdf)

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (y_i - m - a * x_i)^2}{n - 2}}$$

$$\Delta a = \sigma * \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n x_i^2}{n * \sum_{i=1}^n x_i^2 - (\sum_{i=1}^n x_i)^2}}$$

$$\Delta m = \sigma * \sqrt{\frac{n}{n * \sum_{i=1}^n x_i^2 - (\sum_{i=1}^n x_i)^2}}$$

So lässt sich eine Ober- sowie Untergrenze des y-Achsenabschnittes und somit auch der Solar-konstante ermitteln. Ebenso wird der Standardfehler σ ermittelt, welcher neben dem Bestimmtheitsmass (als R^2 in den Grafiken mit den Regressionsgeraden eingetragen) eine Aussage erlaubt, wie gut die Datenpunkte mit dem Modell der Regression korrelieren. Dabei lässt sich das Bestimmtheitsmass direkt im Excel ermitteln.

3.3.4.3 Resultate

In den Abbildungen von Abbildung 35 bis Abbildung 39 sind die Messdaten und deren Auswertung von Engelberg am 19.07.2020 aufgeführt. Diese Auswertung ist repräsentativ für alle andern Messserien des dritten Experimentes (die anderen Auswertungen finden sich im Anhang). Die genauen Daten der anderen Messserien sind im Anhang zu finden.

Datum		19.07.2020	
Ort	Engelberg	46°49'22.9"N	8°25'27.3"O
Höhe	m		1013
Erdradius	km		6371
Atmosphärendicke	km		600
Widerstand	ρ		100
Momentane Distanz S/E	AE		1.016
Theo. Solarkonstante	kW/m ²		1.329
Theo. Solarkonstante	ln kW/m ²		0.285
Spannung Fehler	* +	0.005	0.02
Strom Fehler	* +	0.002	0.002
(präzisere Messgeräte)			

Abbildung 35: Grundlegende Daten für die Messserie des 19.07.2020, mit der theo. Solarkonstante welche die momentane Bestrahlungsstärke darstellt wie in Kapitel 3.3.5.2 besprochen

Messwerte		1	2	3	4	5	6	7
Uhrzeit	Uhr	10:48	10:06	11:38	12:29	13:36	14:56	16:27
Elevation E	°	47.8	50.5	55.1	61	63.9	58.9	46.1
Atmosphären $\tau \sin(Elev)$	#	1.3	1.3	1.2	1.1	1.1	1.2	1.4
Winkel Erdmittelpunkt	°	4.3	4.0	3.4	2.7	2.4	2.9	4.6
Distanz in Atmosphäre f	km	810	778	732	686	668	701	833
Distanz in Atmosphäre f	km	783	756	717	677	661	690	802
Lufttemperatur	°C	17	18	18	19	21	21	22
Luftfeuchtigkeit	%	54	52	57	55	54	47	50
Temp Gerät 1 (erhitzt)	°C	62	61.6	60.2	57.6	57.7	52.7	53
Temp Gerät 2 (Sonne)	°C	62	61.6	60.2	57.5	57.5	52.6	53.2
Spannung	V	24.9	25.1	25.3	25.6	25.7	25.4	24.6
Strom	A	0.239	0.241	0.243	0.246	0.247	0.245	0.237
Leistung Probe	W/64cm ²	5.9511	6.0491	6.1479	6.2976	6.3479	6.223	5.8302
Leistung /m ²	kW/m ²	0.930	0.945	0.961	0.984	0.992	0.972	0.911
Max.Fehler	kW/m ²	0.015	0.015	0.015	0.016	0.016	0.016	0.015
Leistung logarithmisch (y)	ln W/64cm ²	1.784	1.800	1.816	1.840	1.848	1.828	1.763
Max.Fehler Funktionsw	ln W/64cm ²	0.0162	0.0161	0.0160	0.0159	0.0159	0.0160	0.0163
Fehler Obergrenze log.	ln W/64cm ²	1.800	1.816	1.832	1.856	1.864	1.844	1.779
Fehler Untergrenze log.	ln W/64cm ²	1.767	1.784	1.800	1.824	1.832	1.812	1.747
Bemerkungen		keine	keine	cumulus in der f	cumulus in der f	cumulus in der f	Cumulus	

Abbildung 36: Messdaten der Messserie für den 19.07.2020

Lineare Regression	
Mittelwert (x)	1.240
Mittelwert (y)	1.811
Summe (x- Mittelwert(x))^2	0.068
Summe(x-Mittelwert(x))*(y-Mittelwert(y)	-0.020
Steigung (a)	-0.288
y-Achsenabschnitt (m)	2.168
Standardfehler Sigma (s)	0.42%
Standardfehler Steigung s(a)	0.016
Standardfehler y-Achsenabschnitt s(m)	0.020
Obergrenze steigung a+s(a)	-0.272
Untergrenze steigung a-s(a)	-0.304
Obergrenze y-Achsenabschnitt m+s(m)	2.188
Untergrenze y-Achsenabschnitt m-s(m)	2.148

Abbildung 37: Daten für die Lineare Regression des 19.07.2020

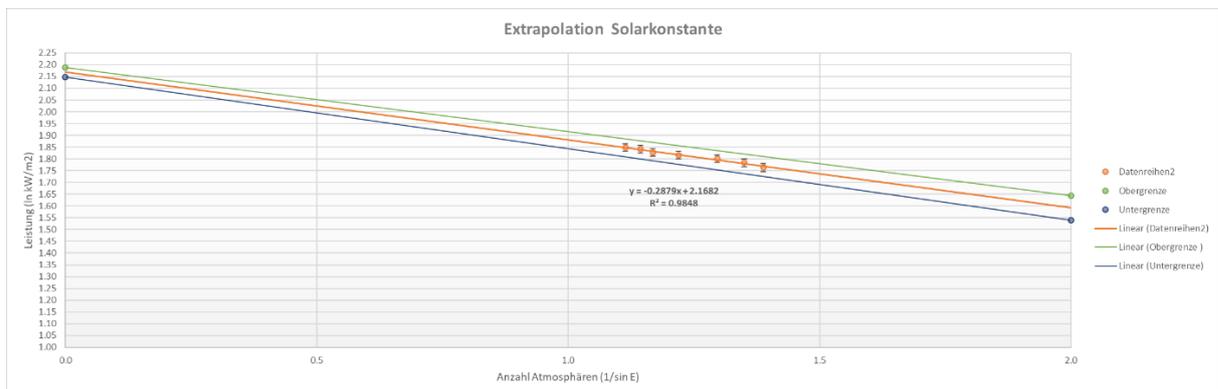


Abbildung 38: Grafik der Messpunkte mit der Regressionsgeraden (hier Datenreihe2) mit der Funktionsvorschrift und Bestimmtheitsmass R^2 und den statistischen Fehlergeraden (19.07.2020)

Auswertung			Untergrenze	Obergrenze
Extrapolierte Leistung log.	ln W/64cm ²	2.186	2.156	2.216
Extrapolierte Solark.	W/64cm ²	8.898	8.633	9.172
Extrapolierte Solark.	kW/m ²	1.390	1.349	1.433
Abweichung theo. Solark.	%	3.66%	0.57%	6.85%

Abbildung 39: Auswertung der Messdaten durch die lineare Regression mit der relativen Abweichung zur theo. Solarkonstante (momentane Bestrahlungsstärke) darstellt für den 19.07.2020

In der Abbildung 40 werden alle Messergebnisse von Experiment 3 zusammengefasst. Dabei fällt auf, dass die extrapolierten Werte relativ nahe an den jeweiligen Referenzwerten zu liegen kommen. Sie liegen meist nur um wenige Prozent um den Referenzwert. Es fällt zudem auf, dass die jeweiligen Steigungen der Regressionsgeraden sehr unterschiedlich ausfallen.

Datum	Ort	Extrapolierte Solarkonstante			Abweichung S*	Standardfehler	Steigung Reg.gerade
		Extrap. Wert kW/m ²	Untergrenze kW/m ²	Obergrenze kW/m ²			
19.07.2020	Engelberg	1.366	1.339	1.394	2.75%	0.42%	-0.288
23.06.2020	Triengen	1.365	1.349	1.381	2.72%	0.64%	-0.382
25.06.2020	Triengen	1.364	1.339	1.389	2.64%	0.75%	-0.368
31.07.2020	Engelberg, Trübsee	1.358	1.229	1.501	1.90%	1.38%	-0.280
31.07.2020	Engelberg, Titlis	1.313	1.281	1.347	-1.46%	0.50%	-0.198
20.08.2020	Triengen	1.390	1.349	1.433	3.66%	0.63%	-0.380

* Abweichung von der korrigierten Solarkonstante basierend auf der momentanen Sonne-Erde Distanz (bzw. momentane Bestrahlungsstärke)

Abbildung 40: Zusammenfassung der Auswertungen aller Messserien

3.3.5 Diskussion

3.3.5.1 Besonderheiten

Es ist zu erkennen, dass mit der Steigerung der Präzision der Strommessung, Messresultate mit geringfügig ähnlichem Fehlerbereich erzielt werden. Es könnte sich dabei auch um Zufall handeln, da es nur wenige Messserien sind.

Es ist erstaunlich, wie gut die Datenpunkte mit der Geraden der linearen Regression übereinstimmen. Dies ist an den Werten des Bestimmtheitsmasses sowie an den niedrigen Standardabweichungen erkennbar.

Ebenfalls interessant ist die Abhängigkeit der Steigung von den Umweltbedingungen (Abbildung 40). Dabei zeigt diese grosse Veränderungen bei einem Standortwechsel mit unterschiedlicher Höhe. Allerdings bleiben die y-Achsenabschnitte stets in einem ähnlichen Bereich, während die Steigung stark variieren kann. Ebenfalls sind Veränderungen bei unterschiedlichen Zuständen der Atmosphäre zu erkennen, wenn man die Messserien desselben Standortes vergleicht. Dabei sind die entsprechenden Steigungen der nahe bei einander liegenden Tage nahezu identisch, was durch eine nahezu gleiche Wetterlage begründet werden kann. Hingegen ist die Steigung der Messserie am gleichen Standort einige Monate später leicht verändert.

Diese Sensitivität der Steigung auf die Höhe des Standortes und den Atmosphärenzustand lässt sich durch die Theorie des Kapitels 3.2.1.1 erklären. Dabei handelt es sich bei der Steigung der linearen Funktion α^* beziehungsweise der linearen Regression a um das Integral der Stoffmengenkonzentration und dem Extinktionskoeffizient.

$$\int_0^H \alpha(h) dh = \alpha^*$$

$$-\varepsilon^* c(h) = \alpha(h)$$

$$\alpha^* = \int_0^H -\varepsilon^* c(h) dh$$

Es lässt sich erahnen, dass die Referenzhöhe, auf der die Messung stattfindet, einen grossen Einfluss hat. Ist diese höher gelegen, wird ein kleinerer Teil integriert, was zu einer flacheren Steigung der Regressionsgeraden führt. Zudem ist die Verteilung der Stoffmengenkonzentration nicht gleichmässig. Dabei weisen besonders die niedrig gelegenen Atmosphärenschichten eine höhere Konzentration bzw. Dichte auf.

Der Zustand der Atmosphäre nimmt Einfluss auf die Stoffmengenkonzentration und den Extinktionskoeffizienten. Beispielsweise kann eine Hochdrucklage sich auf die Stoffmengenkonzentration auswirken. Veränderungen der Luftfeuchtigkeit können hingegen den Extinktionskoeffizienten beeinflussen. Beispielsweise bei sehr dunstigem Wetter. Diese Veränderungen sind allerdings eher längerfristig und sollten nicht im Verlaufe des Tages einzelne Messpunkte beeinflussen.

3.3.5.2 Vergleich mit Referenzwerten

Es zeigt sich, dass die aus den Messpunkten mittels Regression errechneten Werte der Solar-konstante sehr nahe am Referenzwert von $1.373 \pm 0.005 \frac{kW}{m^2}$ liegen. Dabei weichen sie nur um wenige Prozent von diesem ab. Dies lässt annehmen, dass die angewendete Methode berechtigt und auch recht genau ist. Um eine sinnvolle Gegenüberstellung zwischen dem Referenzwert und den Messresultaten zu tätigen, sollte sich allerdings im Folgenden auf die momentane Bestrahlungsstärke aufgrund der momentanen Erde Sonne Distanz R_n bezogen werden. Dies kann aufgrund der gesammelten Daten gemäss der Methode in Kapitel 2.5.6 getan werden. Dabei wird vom Jahresmittel, also dem Referenzwert, ein Rückschluss auf die Leuchtkraft der Sonne gezogen und diese dann mit der momentanen Distanz verrechnet. Es folgt:

$$\frac{1.373 \frac{kW}{m^2} * (1.496 * 10^{11} m)^2 * 4\pi}{R_n^2 * 4\pi} = I_{S_n}$$

Unter Einbezug dessen, befinden sich die Referenzwerte oft an ausgemachten Untergrenzen der Fehlerspannweite oder knapp ausserhalb (Abbildung 40). Dies lässt sich allerdings gut durch kleine Störfaktoren ausserhalb der Fehlerrechnung erklären.

3.3.5.3 Störfaktoren

Kein idealer Schwarzkörper

Eine mögliche Fehlerquelle wird dadurch dargestellt, dass es sich bei der schwarz eingefärbten Aluminiumplatte um keinen idealen Schwarz-Körper handelt. Im Gegensatz zu diesem idealisierten Körper, sorgt die schwarze Farbe nur für eine annähernd vollständige Absorption des Sonnenlichtes. Allerdings würde diese Fehlerursache eher dafür sorgen, dass sich die Platte zu wenig erwärmt, was tiefere Werte für die gemessenen Bestrahlungsstärken bewirken würde.

Keine optimale Wärmeübertragung

Im Gegensatz zum ersten Störfaktor könnte eine nicht optimale Wärmeübertragung vom Widerstand auf die Aluminiumplatte dafür sorgen, dass zu hohe Leistungen gemessen wurden. Denn wenn es bei der Übertragung der Wärme vom Widerstand auf die Platte zu einem Wärmeverlust kommt, muss für dieselbe Temperatur mehr Energie aufgewendet werden. Diese dürfte allerdings sehr gering sein, da die Übertragungsstelle mit Isolationsmaterial umgeben ist.

Bestrahlung durch reflektiertes Licht

Obwohl die Apparatur direkt auf die Sonne ausgerichtet wird, könnte reflektiertes Licht an der umgebenden Landschaft zusätzlich auf die Platte eintreffen, was eine zusätzliche Bestrahlung darstellt. Da allerdings die Apparatur Richtung Sonne ausgerichtet wird, ist dieser Störfaktor ebenfalls als sehr gering einzustufen. Allerdings sollte nicht an besonders exponierten Stellen gemessen werden, wie zum Beispiel in einer Schnee Landschaft oder einer Stelle mit Seeblick.

Abschliessend kann man sagen, dass eine Messung auf der Erde sehr viele kleine Störfaktoren (neben den Grossen, wie Atmosphärenabschwächung & Wärmeverlust) aufweisen kann. Diese sind nur sehr schwer auszuschalten, beziehungsweise kaum quantifizierbar. Allerdings können sich diese in entgegengesetzten Richtungen auswirken, weshalb es nur zu einer eher geringen Abweichung kommt. Es scheint als würden sich diese so auswirken, dass die Messergebnisse geringfügig über dem Referenzwert zu liegen kommen. Für eine präzisere Messung müsste möglicherweise in den Weltraum ausgewichen werden, wie es auch bei der Bestimmung der Literaturwerte getan wurde.

3.3.5.4 Ausblick

In einem weiteren Schritt kann nun auf die Absorption durch die Atmosphäre eingegangen werden. Dabei wäre es äusserst interessant, einige Messserien in grosser Höhe zu erhalten. Ebenso könnte genauer auf den Leistungsanteil einzelner Wellenlängen eingegangen werden. Dazu könnte mit Farbfilter gearbeitet werden. Oder man könnte den Einfluss einer stark reflektierenden Umgebung untersuchen. Dazu könnten Messungen in einer Schneelandschaft oder am Ufer eines Sees durchgeführt werden.

3.3.6 Messungen auf verschiedenen Höhen

Um eine im Ausblick bereits angesprochene Fortführung umzusetzen, wird nebst den Messserien in Triengen (500m. ü. M) und Engelberg (1000m. ü. M) noch eine auf dem Trübsee (1800m. ü. M) und dem Titlis (3200m. ü. M) durchgeführt. Dabei werden die zusätzlichen Messserien am selben Tag durchgeführt.

Während der Durchführung kam es allerdings zu Problemen mit dem Wetter. Aufgrund der Bewölkung gab es nur kurze Zeitfenster, mit freier Sicht auf die Sonne. Folglich konnte sich die solar beheizte Platte möglicherweise nicht immer ganz auf die Maximaltemperatur aufheizen. Zudem konnte die Temperatur nur während 45sek auf die Übereinstimmung überprüft werden.

Dies bedeutet, dass die Messergebnisse dieser Serien nicht gleich akkurat einzustufen sind, wie die Messserien in Triengen, welche bei optimalen Wetterbedingungen durchgeführt werden konnten. Es geht eher um eine qualitative Abschätzung der Steigung der Regressionsgeraden auf verschiedenen Höhen.

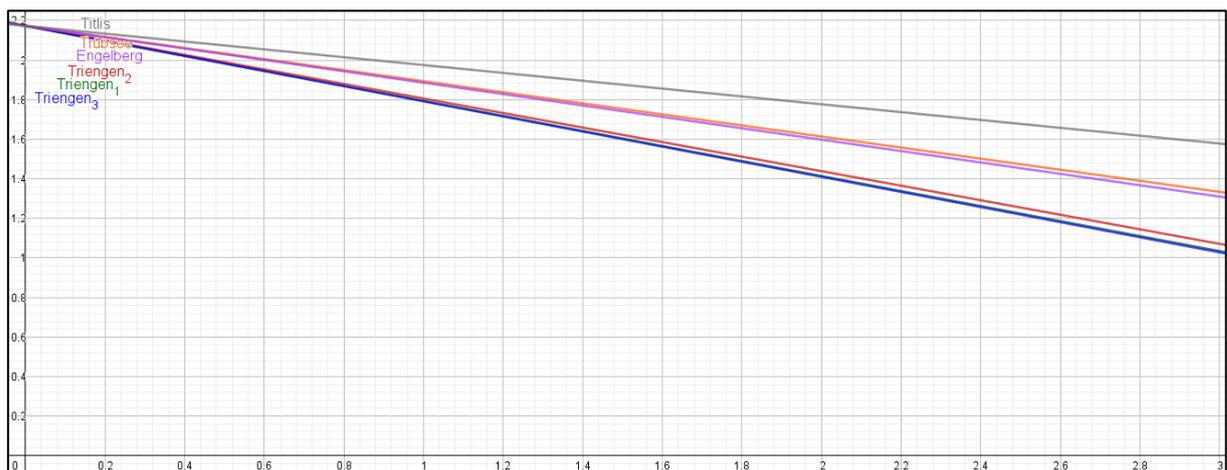


Abbildung 41: Grafik aus GeoGebra mit allen Steigungen der Trendlinien durch die logarithmierte Solarkonstante abhängig vom Standort (wobei: Triengen₁ 20.08.2020, Triengen₂ 25.06.2020, Triengen₃ 23.06.2020)

Es ist in der Abbildung 40 & der Abbildung 41 zu erkennen, dass die Unterschiede in den Steigungen nicht proportional zu den Höhenunterschieden der Messstandorte sind. Allerdings ist es schwierig, einen Vergleich herzustellen, da nur zwei Messserien am gleichen Tag durchgeführt werden konnten.

Erstaunlich ist, dass die Steigung in Engelberg beinahe dieselbe ist, wie auf dem Trübsee einen Monat später.

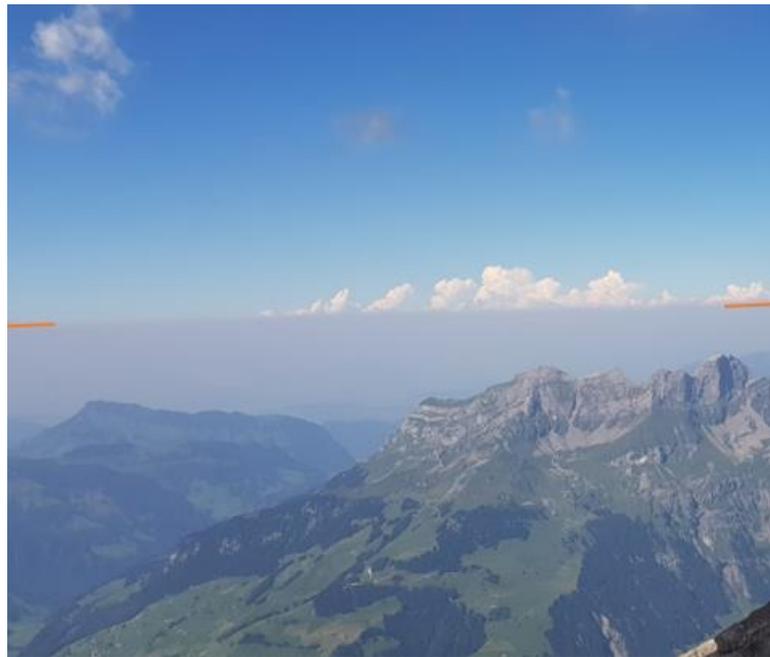


Abbildung 42: Fotografie der Dunstschicht (orange angedeutet) vom Titlis am 31.07.2020

Das nicht Zustandekommen der Proportionalität zwischen Höhe und Steigung kann auf dieselben Ursachen, welche bereits im Kapitel 3.3.5.1 angesprochen wurden, zurückgeführt werden. Dabei dürfte besonders die Abnahme der Stoffmengenkonzentration mit steigender Höhe eine Rolle spielen. Die sich nur gering unterscheidenden Steigungen von Engelberg zum Trübsee werden dadurch begründet, dass am Tag der Messung im Trübsee die Atmosphäre sehr dunstig war. Dies lässt sich an der Messung auf dem Titlis erkennen. Dieser ist nämlich genug hoch, sodass man die Dunstschicht gut erkennen kann (Abbildung 42).

4 Reflexion

Mit dieser Arbeit konnte eine relativ genaue Methode entwickelt werden, die Solarkonstante mit verhältnismässig einfachen Mitteln von der Erde aus zu bestimmen. Natürlich bleiben am Ende noch einige Störfaktoren übrig. Diese zu analysieren und möglichst einzubeziehen wäre eine interessante Weiterführung dieser Arbeit.

Der Autor konnte im Verlauf viele wichtige Erfahrungen in Bezug auf das wissenschaftliche Arbeiten sammeln. Dabei war er ziemlich erstaunt, wie viele Herausforderungen während der Entwicklung eines Verfahrens bzw. eines Experimentes auftauchen können. Deshalb musste zu Beginn sehr viel Zeit aufgewendet werden, Messgeräte zu prüfen und Probedurchläufe mit dem Prototyp der Messapparatur durchzuführen. Beispielsweise wurde zu Beginn der Messungen ein Typ Thermometer verwendet, von dem später festgestellt wurde, dass es für die entsprechende Messung zu ungenau war. Aufgrund solcher Erfahrungen mussten einige Messdurchläufe verworfen bzw. wiederholt werden. Ebenfalls stellte das Wetter eine relativ grosse Herausforderung dar. Denn es konnte nur bei freier und dauerhafter Sicht auf die Sonne gemessen werden. Dies war besonders nervenaufreibend, wenn die Messung bereits begonnen hatte, und dann durch das plötzliche Auftauchen von Wolken wieder abgebrochen werden musste.

Bei der Fehleranalyse sah sich der Autor ebenfalls einer weiteren Herausforderung gegenübergestellt, da diese in der Schule nicht im nötigen Detail behandelt wurde. Somit musste die Theorie mit dem Betreuer aufgearbeitet werden.

Es war jedoch sehr erfreulich, nach einiger Optimierungsarbeit relativ präzise Resultate zu erhalten, welche stimmig mit der Theorie und der Literatur sind.

5 Bibliografie

5.1 Literaturverzeichnis

Grehn, J., & Krause, J. (2007). *Metzler Physik*. Keil: Schroedel.

Wetzel, A., & Müller, D. P. (2017). *Formelsammlung Physik*. Adrian Wetzel.

Beenhereb4, & Cepheiden. (4. Oktober 2020). *Lambert-Beer'sches Gesetz*. Von Wikipedia: https://de.wikipedia.org/wiki/Lambert-Beer%E2%80%99sches_Gesetz abgerufen

Bikos, K., & Kher, A. (3. August 2020). *Entfernung zur Sonne: Perihel und Aphel*. Von [timeanddate.de](https://www.timeanddate.de): <https://www.timeanddate.de/astrologie/perihel-aphel-sonne> abgerufen

Cepheiden. (31. Januar 2008). *Atmosphärisches Fenster*. Von Wikipedia: https://de.wikipedia.org/wiki/Atmosph%C3%A4risches_Fenster#/media/Datei:Atmosph%C3%A4rische_Durchl%C3%A4ssigkeit_DE.svg abgerufen

Degreeen. (12. November 2006). *Sonnenstrahlung*. Von Wikipedia: https://de.wikipedia.org/wiki/Sonnenstrahlung#/media/Datei:Sonne_Strahlungsintensit_aet.svg abgerufen

Grehn, J., & Krause, J. (2007). *Metzler Physik*. Keil: Schroedel.

JFKCom, & Berklas. (5. Oktober 2020). *Solarkonstante*. Von Wikipedia: <https://de.wikipedia.org/wiki/Solarkonstante> abgerufen

JonskiC. (5. Oktober 2020). *Standardfehler der Regression*. Von Wikipedia: https://de.wikipedia.org/wiki/Standardfehler_der_Regression abgerufen

Langläufer, & Sjur. (5. Oktober 2020). *Vertikalwinkel*. Von Wikipedia: <https://de.wikipedia.org/wiki/Vertikalwinkel> abgerufen

Saperaud, & Geof. (27. August 2020). *Erdatmosphäre*. Von Wikipedia: <https://de.wikipedia.org/wiki/Erdatmosph%C3%A4re> abgerufen

Saure. (12. September 2020). *Kleinwinkelnäherung*. Von Wikipedia: <https://de.wikipedia.org/wiki/Kleinwinkeln%C3%A4herung> abgerufen

Sch. (2. Oktober 2020). *Stefan-Boltzmann-Gesetz*. Von Wikipedia: <https://de.wikipedia.org/wiki/Stefan-Boltzmann-Gesetz> abgerufen

Sch, & Cepheiden. (28. Juni 2020). *Emissionsgrad*. Von Wikipedia: <https://de.wikipedia.org/wiki/Emissionsgrad> abgerufen

Sch, & Cepheiden. (5. Oktober 2020). *Wiensches Verschiebungsgesetz*. Von Wikipedia: https://de.wikipedia.org/wiki/Wiensches_Verschiebungsgesetz abgerufen

Wetzel, A., & Müller, D. P. (2017). *Formelsammlung Physik*. Adrian Wetzel.

Zgrzendek, D. (5. Oktober 2020). *Weltraumwetter & Sonnenaktivität*. Von [Sonnen-Sturm.info](https://sonnen-sturm.info): <https://sonnen-sturm.info/offizielle-vorhersage-des-25-sonnenfleckenzyklus-6094> abgerufen

5.2 Dokumentenquellen

[1] Clemens Simmer Universität Bonn, Einführung in die Meteorologie Teil II.5, keine Angaben zu einer URL, das Dokument kann aber über eine Google-Suche gefunden werden.

[2] PCII_00_Fehlerrechnung.pdf, PDF-Dokument zur Berechnung einer Linearen Regression keine Angaben zu einer URL, das Dokument kann aber über eine Google-Suche gefunden werden.

5.3 Abbildungsverzeichnis

Abbildung 1: Strahlungsbilanz der Erde ([1] Clemens Simmer Universität Bonn)	10
Abbildung 2: Strahlungsintensität in Abhängigkeit von der Wellenlänge (Degreen, 2006)....	11
Abbildung 3 Grafik der Erde auf einer Kugel um die Sonne (Erdradius um Faktor 1000 vergrößert)	13
Abbildung 4: Printscreen der App Sonne, Mond, Planeten.....	14
Abbildung 5: Icon der App Sonne, Mond, Planeten.....	14
Abbildung 6: Schwarz eingefärbte Aluminiumplatten (die Widerstände sind für ein späteres Experiment)	16
Abbildung 7: Fotografie des Thermometers.....	16
Abbildung 8: Kartonabdeckung.....	17
Abbildung 9: Dow Corning 340 Wärmeleitpaste	17
Abbildung 10: Styroporquader zur Isolation	17
Abbildung 11: Holzhalterung mit Ausrichtungsstab	18
Abbildung 12: Ausrichtungsrohr wirft keinen Schatten.....	18
Abbildung 13: Stativ.....	18
Abbildung 14: Gesamter Versuchsaufbau von Experiment 1 (der Thermometer wurde noch nicht angebracht)	19
Abbildung 15: Temperaturkurve von Experiment 1	21
Abbildung 16: Resultate von Experiment 1	21
Abbildung 17: Ein rechtwinkliges Dreieck wird in die Atmosphäre einbeschrieben Hier mit dem Elevationswinkel h anstelle von φ	23
Abbildung 18: Abschwächung des einfallenden Lichtes durch die Atmosphäre (Cepheiden, 2008).....	25
Abbildung 19: Rechtwinkliges Dreieck, welches in die absorbierende Substanz einbeschrieben wird.....	25
Abbildung 20: Grafik der Tangensfunktion (rot) Kreisbogenfunktion (blau) Sinusfunktion (grün)	28
Abbildung 21: vergrößerte Grafik der Abbildung 16.....	29
Abbildung 22: Grafik der Kleinwinkelnäherung am Kreis (hier ist die Näherung ungenau, um die Grafik verständlicher zu gestalten)	29
Abbildung 23: Querschnitt der Erde mit Atmosphäre mit einbeschriebenem Dreieck (hier den Elevationswinkel h anstelle von φ).....	30

Abbildung 24: Tabelle der relativen Abweichungen der Kleinwinkelapproximation (Saure, 2020).....	31
Abbildung 25: Temperaturkurve der ersten Messserie von Experiment 2.....	34
Abbildung 26: Temperaturkurve der zweiten Messserie von Experiment 2.....	34
Abbildung 27: Resultate der ersten Messserie von Experiment 2.....	35
Abbildung 28: Resultate der zweiten Messserie von Experiment 2.....	35
Abbildung 29: Leistungsschema der elektrisch beheizten Platte (links) und der solar beheizten Platte (rechts).....	38
Abbildung 30: schwarz eingefärbte Aluminiumplatten mit Widerständen.....	39
Abbildung 31: Styroporquader mit Holzhalterung und Vertiefungen für die Widerstände.....	40
Abbildung 32: Speisgerät RND 320-KA3005D mit dazugehörigen Kabeln.....	40
Abbildung 33: schwarz-weiss Fotografie des Fluke 87V aus den Gerätespezifikationen.....	41
Abbildung 34: Gesamter Versuchsaufbau für Experiment 3.....	41
Abbildung 35: Grundlegende Daten für die Messserie des 19.07.2020, mit der theo. Solarkonstante welche die momentane Bestrahlungsstärke darstellt wie in Kapitel 3.3.5.2 besprochen.....	44
Abbildung 36: Messdaten der Messserie für den 19.07.2020.....	45
Abbildung 37: Daten für die Lineare Regression des 19.07.2020.....	45
Abbildung 38: Grafik der Messpunkte mit der Regressionsgeraden (hier Datenreihe2) mit der Funktionsvorschrift und Bestimmtheitsmass R^2 und den statistischen Fehlergeraden (19.07.2020).....	45
Abbildung 39: Auswertung der Messdaten durch die lineare Regression mit der relativen Abweichung zur theo. Solarkonstante (momentane Bestrahlungsstärke) darstellt für den 19.07.2020.....	46
Abbildung 40: Zusammenfassung der Auswertungen aller Messserien.....	46
Abbildung 41: Grafik aus GeoGebra mit allen Steigungen der Trendlinien durch die logarithmierte Solarkonstante abhängig vom Standort (wobei: <i>Triengen1</i> 20.08.2020, <i>Triengen2</i> 25.06.2020, <i>Triengen3</i> 23.06.2020).....	50
Abbildung 42: Fotografie der Dunstschicht (orange angedeutet) vom Titlis am 31.07.2020..	51
Abbildung 43: Ausschnitt aus den Spezifikationen des verwendeten Multimeters (der entsprechende Fehler ist markiert).....	58
Abbildung 44: Ausschnitt aus den Spezifikationen des verwendeten Speisgerätes (der entsprechende Fehler ist markiert).....	58
Abbildung 45: Ausschnitt aus den Spezifikationen des verwendeten Thermometers (der entsprechende Fehler ist markiert).....	59
Abbildung 46: Daten & Resultate von Experiment 1.....	59
Abbildung 47: Daten & Resultate von Experiment 2 der ersten Messung.....	60
Abbildung 48: Daten & Resultate von Experiment 1 der zweiten Messung.....	60
Abbildung 49: Messdaten von Experiment 3 vom 23.06.2020.....	61
Abbildung 50: Messdaten von Experiment 3 vom 25.06.2020.....	62
Abbildung 51: Messdaten von Experiment 3 vom 19.07.2020.....	63

Abbildung 52: Messdaten von Experiment 3 vom 20.08.2020 64
Abbildung 53: Messdaten von Experiment 3 vom 31.07.2020 65
Abbildung 54: Messdaten von Experiment 3 vom 31.07.2020 66

6 Danksagung

Abschliessend möchte sich der Autor bei allen herzlich bedanken, welche durch ihre Unterstützung das Verfassen dieser Arbeit erst ermöglicht haben.

Dank gebührt:

- der Trisa AG für die Bereitstellung von Messgeräten.
- Herrn H.P. Meier, von der Trisa AG, für eine Einführung in die Verwendung der bereitgestellten Geräte.
- Den Titlisbahnen, für das Ermöglichen der Messungen auf erhöhten Standorten.
- Herrn Christoph Forrer & Sebastian Kobi, von den Titlisbahnen, für die Betreuung vor Ort
- Herrn Martin Steiger, für die Beratung bei der Themenauswahl

Ausdrücklichen Dank kommt auch dem Betreuer Herr Stefano Chiantese zu, für die ausgezeichnete fachliche Expertise und Unterstützung.

7 Anhang

7.1 Spezifikationen

Multimeter Fluke 87V

Technische Daten für Strommessung					
Funktion	Bereich	Auflösung	Ungenauigkeit		Bürdenspannung (typisch)
			Modell 831	Modell 87 ^V	
mA A- (45 Hz bis 2 kHz)	60,00 mA	0,01 mA	$\pm (1,2 \% + 2)^S$	$\pm (1,0 \% + 2)$	1,8 mV/mA
	400,0 mA ^A	0,1 mA	$\pm (1,2 \% + 2)^S$	$\pm (1,0 \% + 2)$	1,8 mV/mA
	6,000 A	0,001 A	$\pm (1,2 \% + 2)^S$	$\pm (1,0 \% + 2)$	0,03 V/A
	10,00 A ^t	0,01 A	$\pm (1,2 \% + 2)^S$	$\pm (1,0 \% + 2)$	0,03 V/A
mA A^m	60,00 mA	0,01 mA	$\pm (0,4 \% + 4)$	$\pm (0,2 \% + 4)$	1,8 mV/mA
	400,0 mA ^A	0,1 mA	$\pm (0,4 \% + 2)$	$\pm (0,2 \% + 2)$	1,8 mV/mA
	6,000 A	0,001 A	$\pm (0,4 \% + 4)$	$\pm (0,2 \% + 4)$	0,03 V/A
	10,00 A ^t	0,01 A	$\pm (0,4 \% + 2)$	$\pm (0,2 \% + 2)$	0,03 V/A
µA- (45 Hz bis 2 kHz)	600,0 µA	0,1 µA	$\pm (1,2 \% + 2)^S$	$\pm (1,0 \% + 2)$	100 µV/µA
	6000 µA	1 µA	$\pm (1,2 \% + 2)^S$	$\pm (1,0 \% + 2)$	100 µV/µA
µA^m	600,0 µA	0,1 µA	$\pm (0,4 \% + 4)$	$\pm (0,2 \% + 4)$	100 µV/µA
	6000 µA	1 µA	$\pm (0,4 \% + 2)$	$\pm (0,2 \% + 2)$	100 µV/µA

Abbildung 43: Ausschnitt aus den Spezifikationen des verwendeten Multimeters (der entsprechende Fehler ist markiert)

Speisegerät RND 320-KA3005D

RND 320-KA3005P/D- Model	
VOLTAGE RANGE	0- 30 V
CURRENT RANGE	0- 5 A
LOAD REGULATION	
VOLTAGE RANGE	$\leq 0.01\% + 2 \text{ mV}$
CURRENT RANGE	$\leq 0.1\% + 10 \text{ mA}$
LINE REGULATION	
VOLTAGE RANGE	$\leq 0.01\% + 3 \text{ mV}$
CURRENT RANGE	$\leq 0.1\% + 3 \text{ mA}$
SETUP RESOLUTION	
VOLTAGE RANGE	10 mV
CURRENT RANGE	1 mA
SETUP ACCURACY (25°C + -5°C)	
VOLTAGE RANGE	$\leq 0.5\% + 20 \text{ mV}$
CURRENT RANGE	$\leq 0.5\% + 10 \text{ mA}$
RIPPLE (20 - 20 M)	
VOLTAGE RANGE	$\leq 2 \text{ mVrms}$
CURRENT RANGE	$\leq 3 \text{ mA}_{\text{rms}}$
TEMP. COEFFICIENT	
VOLTAGE RANGE	$\leq 150 \text{ ppm}$
CURRENT RANGE	$\leq 150 \text{ ppm}$
READ BACK RESOLUTION	
VOLTAGE RANGE	10 mV
CURRENT RANGE	1 mA
READ BACK TEMP. COEFFICIENT	
VOLTAGE RANGE	$\leq 150 \text{ ppm}$
CURRENT RANGE	$\leq 150 \text{ ppm}$

Abbildung 44: Ausschnitt aus den Spezifikationen des verwendeten Speisegerätes (der entsprechende Fehler ist markiert)

Thermometer Voltcraft PTM 100 mit Platin Messspitze PT-1000

7.1 Fühler-/ Gerätegenauigkeit		
Das Produkt kann mit unterschiedlichen Wechselfühlern ausgerüstet werden. Die Temperaturfühler werden in folgende Klassen eingeteilt.		
Klasse	Abweichung	Bereich
B	+/- 0,3 °C +/- 0,5 % vom Messwert	-50 ... +500 °C
A	+/- 0,15 °C +/- 0,2 % vom Messwert	-30 ... +300 °C
<u>AA = 1/3 DIN B</u>	+/- 0,1 °C +/- 0,17 % vom Messwert	0 ... +150 °C

Abbildung 45: Ausschnitt aus den Spezifikationen des verwendeten Thermometers (der entsprechende Fehler ist markiert)

7.2 Daten & Resultate von Experiment 1

Datum	09.05.2020			Zeit (sek)	gemessene Temperatur	Alluminium Platte		
Ort	Triengen	47°14'10.6"N 8°04'55.1"O		0	31.3 °C	Gewicht	0.08 kg	
Höhe		517m		60	35.2 °C	Spezifische Wärmekapazität	896 J/(kg K)	
Uhrzeit	14:27	Uhr		120	39.2 °C	Durchschnittliche Temp. Differenz	3.08 K	
Elevation	57.6 °			180	42 °C	Energie pro 60sek & 64cm ²	220.7744 J	
Lufttemperatu	22.7 °C			240	44.3 °C	Watt pro 64cm ²	3.67957333 W/64cm ²	
Luftfeuchtigke	47 %			300	46.7 °C	Watt pro m ²	574.933333 W/m ²	
spezielle Anmerkungen:	Hohe Pollenbelastung in der Atmosphäre, leichte bewölkung					Anzahl Atmosphären (von Triengen aus)	1.18437395	
						Obergrenze	578.666667 W/m ²	
						Untergrenze	571.2 W/m ²	

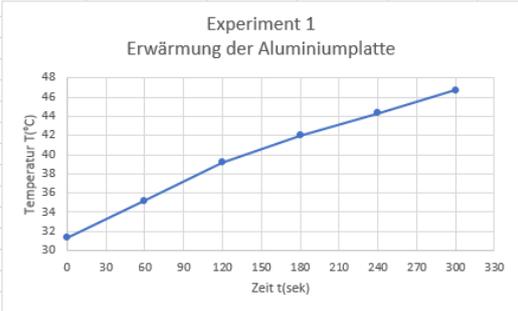


Abbildung 46: Daten & Resultate von Experiment 1

7.3 Daten & Resultate von Experiment 2

7.3.1 Erste Messung

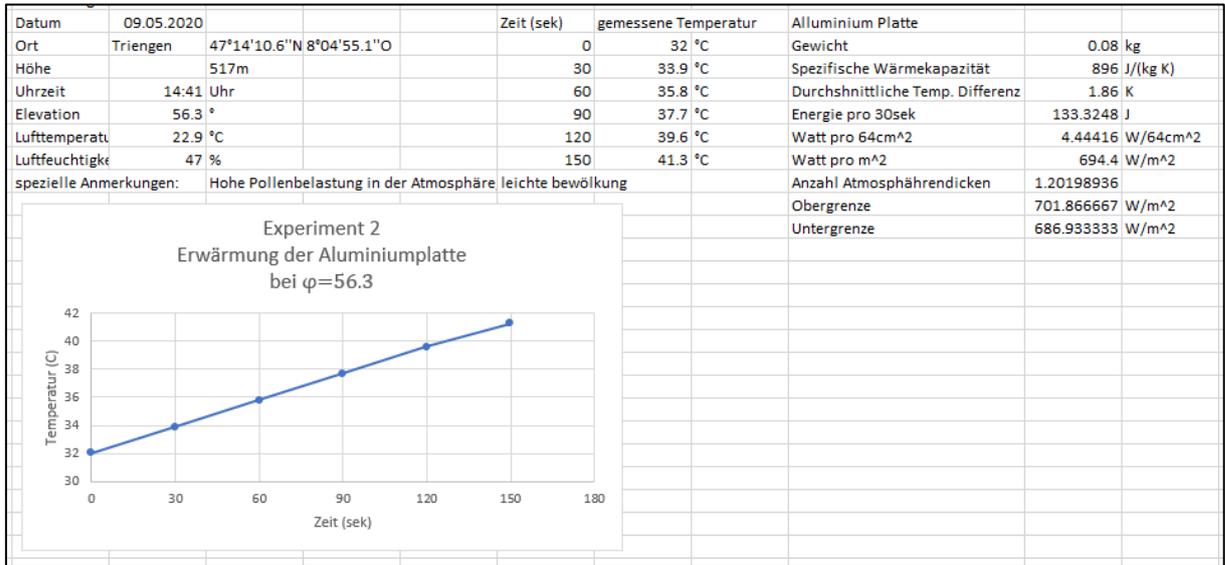


Abbildung 47: Daten & Resultate von Experiment 2 der ersten Messung

7.3.2 Zweite Messung

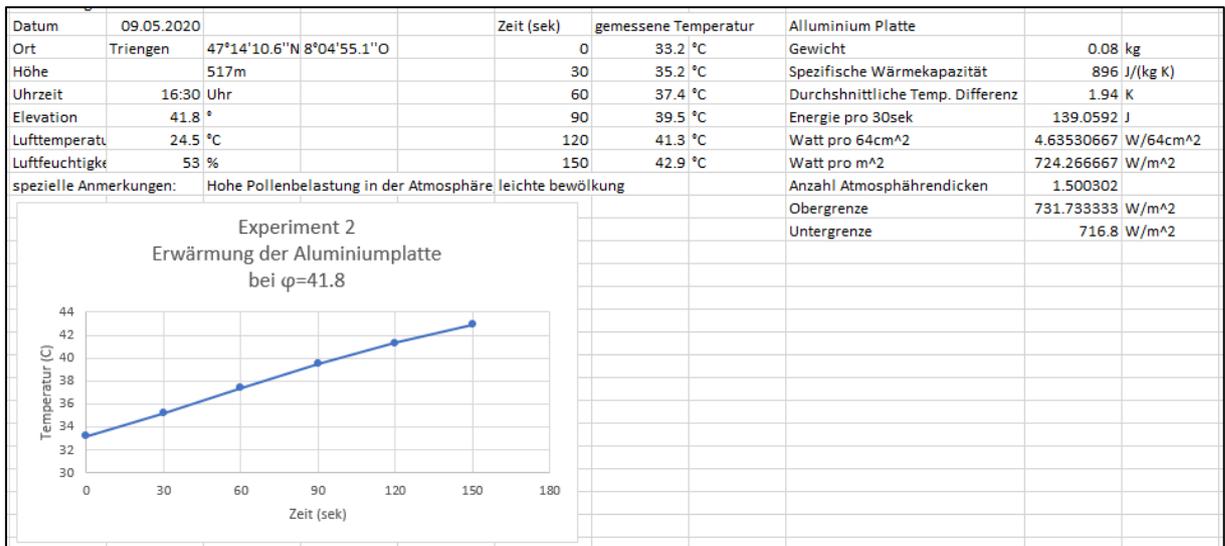


Abbildung 48: Daten & Resultate von Experiment 1 der zweiten Messung

7.4 Daten & Resultate von Experiment 3

7.4.1 23.06.2020 Triengen

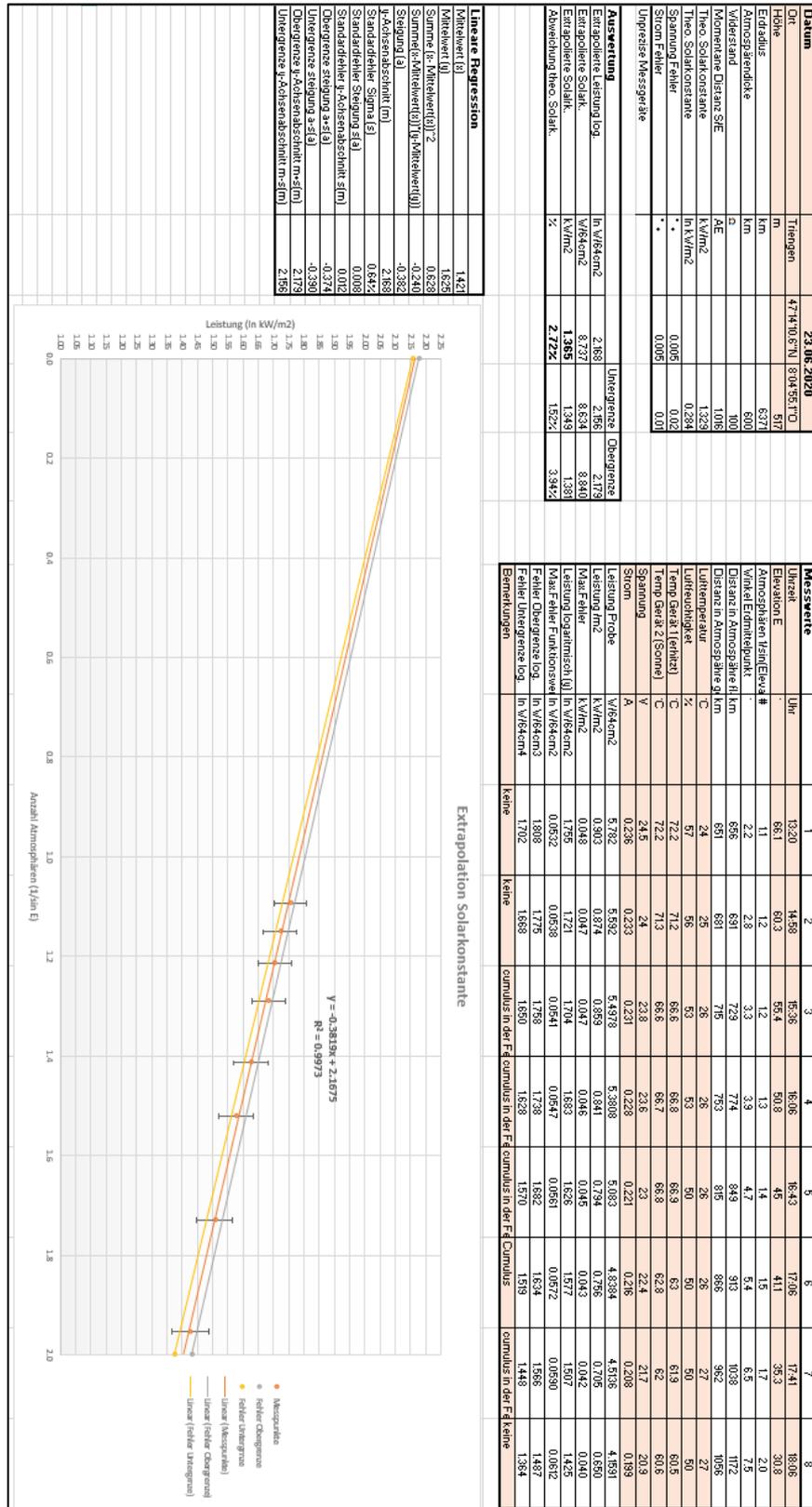


Abbildung 49: Messdaten von Experiment 3 vom 23.06.2020

7.4.2 25.06.2020 Triengen

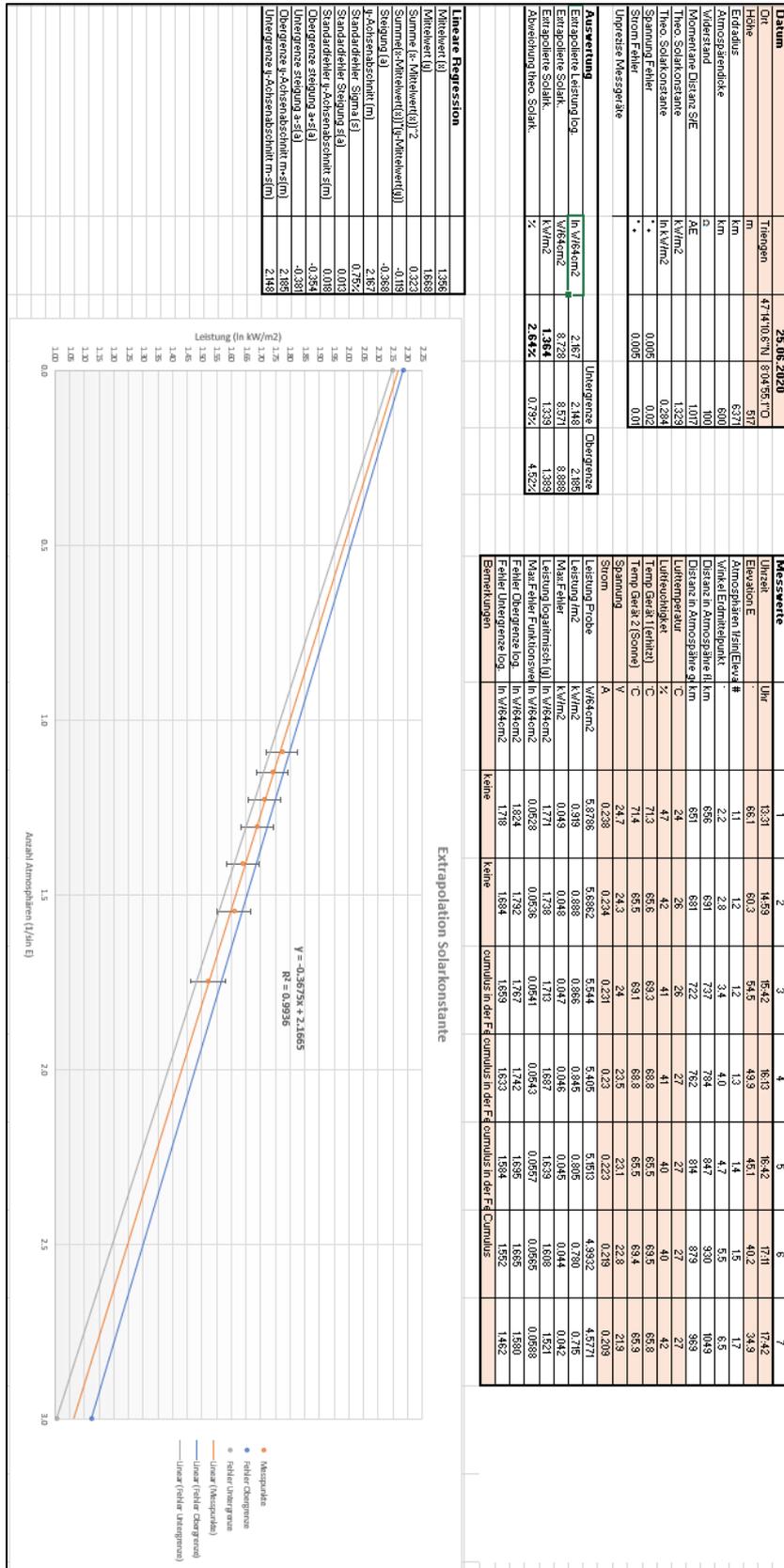


Abbildung 50: Messdaten von Experiment 3 vom 25.06.2020

7.4.4 20.08.2020 Triengen

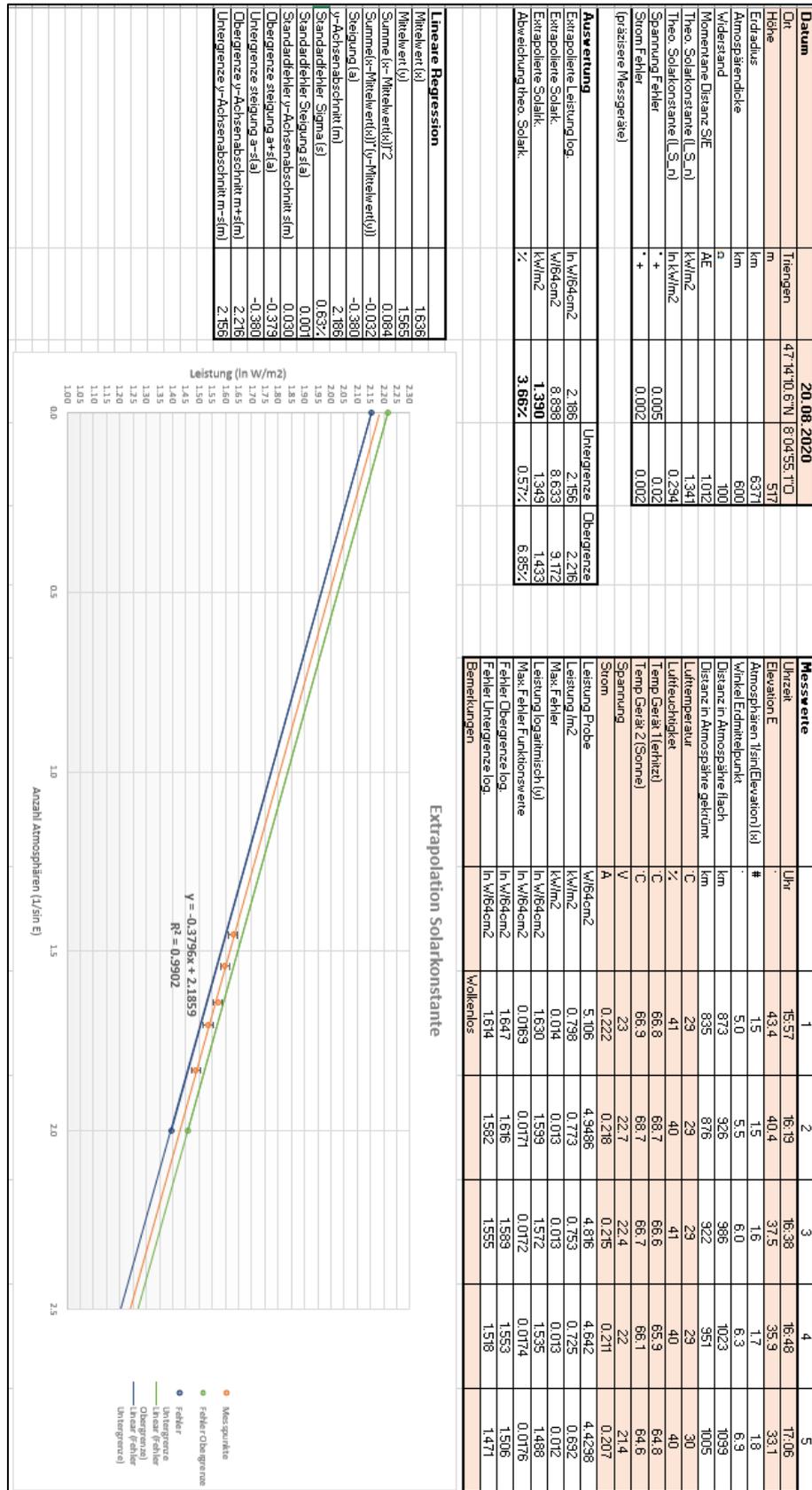


Abbildung 52: Messdaten von Experiment 3 vom 20.08.2020

7.4.5 31.07.2020 Trübsee

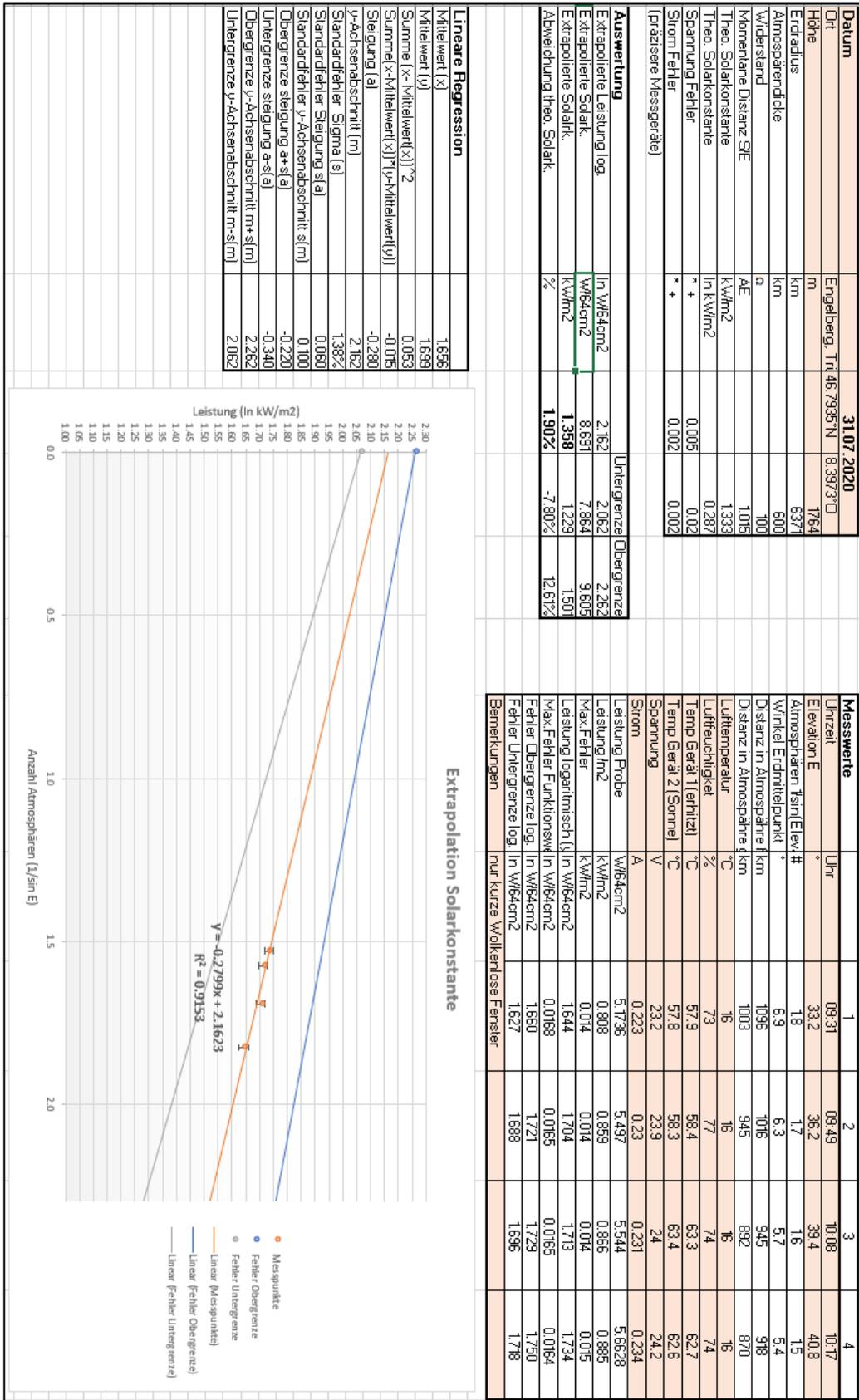


Abbildung 53: Messdaten von Experiment 3 vom 31.07.2020

8 Deklaration

„Ich erkläre hiermit,

- dass ich die vorliegende Arbeit selbständig und nur unter Benutzung der angegebenen Quellen verfasst habe,
- dass ich auf eine eventuelle Mithilfe Dritter in der Arbeit ausdrücklich hinweise,
- dass ich vorgängig die Schulleitung und die betreuende Lehrperson informiere, wenn ich diese Maturaarbeit, bzw. Teile oder Zusammenfassungen davon, veröffentlichen werde, oder Kopien dieser Arbeit zur weiteren Verbreitung an Dritte aushändigen werde.“

Ort:

Datum:

Unterschrift: