



## Themenvorschläge Mathematik

Eine Maturaarbeit im Fach Mathematik kann eine spannende Herausforderung sein. Neben dem Stoff im Normalunterricht existieren viele Teilgebiete der Mathematik, die sich für eine Maturaarbeit, eine selbständige Arbeit oder eine Fachmaturitätsarbeit eignen. Im Folgenden haben wir eine Sammlung von möglichen Themen zusammengestellt. Falls dich ein Thema anspricht, solltest du etwas recherchieren, um Genaueres darüber zu erfahren. Dein Mathematiklehrer hilft dir gerne weiter, falls Fragen auftreten.

Selbstverständlich können auch eigene Themenvorschläge gemacht werden. Ob eigene Themen umsetzbar sind, sollte im Gespräch mit einem Mathematiklehrer geklärt werden.

- **Roulette, Black Jack, Poker und andere Glücksspiele unter der math. Lupe**

Mit wahrscheinlichkeitstheoretischen Methoden sollen Glücksspiele auf ihre Gewinn- oder Verlusterwartung untersucht werden. Dabei geht es auch um strategisches Spielverhalten. Ziel der Arbeit ist es, bekannte Glücksspiele zu analysieren und/oder ein eigenes Spiel zu entwerfen und zu analysieren.

- **Hüllkurven**

Wenn eine Gerade  $g$  bewegt wird, hüllt sie eine Kurve ein. Der einfachste Fall ist, wenn  $g$  um einen Punkt  $M \notin g$  bewegt wird, dann hüllt sie einen Kreis ein. Ziel der Arbeit ist es, verschiedene Hüllkurven zu charakterisieren und mit geeigneter Software zu produzieren.

- **Landkarten**

Die Erdkugel auf eine Landkarte bringen ist gar nicht so leicht. Vielleicht interessieren dich die verschiedenen Projektionsarten, und du suchst historische Beispiele dazu. Vielleicht willst du selber eine eigene ungewöhnliche Landkarte erstellen.

- **Gekrümmte Flächen im Raum**

Analog zur Koordinatengleichung einer Ebene lassen sich gekrümmte Flächen (auch geschlossene) durch Koordinatengleichungen beschreiben, Bsp: Kugelfläche  $x^2+y^2+z^2=r^2$ . Ziel der Arbeit ist es, gekrümmte Flächen zu charakterisieren und ihre Inhalte zu berechnen. Ausserdem sind Anwendungen denkbar, wie zum Beispiel: Bewegungen auf den Flächen zu beschreiben.

- **Nicht-euklidische Geometrie**

Was ist das überhaupt? Wodurch unterscheidet sie sich von unserer normalen euklidischen Geometrie? Wie passt die Relativitätstheorie in diesen Zusammenhang?

- **Das Problem des kürzesten Weges**

Die Optimierung von Weglängen ist für jedes Logistikunternehmen von grosser Bedeutung. Mathematisch werden die Graphentheorie (diskrete Mathematik) und spezielle Algorithmen verwendet, um Weglängen zu minimieren. Ziel der Arbeit ist es, sich mit den wesentlichen Sätzen der Graphentheorie vertraut zu machen und konkrete logistische Probleme zu lösen (mit Computer).

- **Kurven in Parameterform, speziell in Polarform**

Statt mit den üblichen kartesischen Koordinaten (x/y) lassen sich spezielle Kurven wie Spiralen, Rosetten, Blätter, Rollkurven (Zykloide), Lissajous-Figuren gut in Parameterform darstellen. Sie können mit GeoGebra veranschaulicht werden.

Ziel der Arbeit: Beispiele von Kurven und deren Anwendungen in verschiedenen Bereichen studieren und mit GeoGebra darstellen, evtl. Krümmungsverhalten untersuchen.

- **Bézier-Kurven**

Funktionsgleichungen; Anwendungen; Programmieren.

- **Der kleine Fermat'sche Satz**

Dieser Satz der Zahlentheorie ist in vielen Bereichen von praktischem Nutzen, z.B. in der Kryptologie. Erarbeiten der Hilfsmittel, um diesen Satz beweisen zu können, sowie Präsentation einer praktischen Anwendung.

- **Primzahltests: Die Jagd nach grossen Primzahlen**

Als Primzahltest bezeichnet man ein math. Verfahren, mit dem ermittelt wird, ob eine gegebene Zahl eine Primzahl ist oder nicht. In der Praxis werden Primzahltests beispielsweise in der Kryptologie eingesetzt, denn die Konstruktion sicherer Verschlüsselungsverfahren führt auf das Problem, möglichst grosse Primzahlen von ca. 1000 Stellen zu kennen. In dieser Arbeit sollen solche Verfahren vorgestellt und in einem praktischen Beispiel ausprobiert werden.

- **Knotentheorie**

Arbeiten mit Schnur und math. Umsetzung Aktuelles Gebiet der Mathematik; Anwendung: Atome- und Molekülmodelle. Wann sind zwei Knoten gleich? Erarbeiten von Invarianten.

- **GPS aus geometrischer Sicht**

Wie lässt sich aus den Zeitsignalen von mehreren Satelliten der eigene Standort berechnen?

- **Page-Ranking-Algorithmus von Google**

Wie berechnet Google die Wichtigkeit einer Internetseite? Anwendung aus ein eigenes „Mini-Internet“.

- **Gewichtete Meisterschaftstabelle**

Wie sähe eine Tabelle aus, bei der ein Sieg gegen eine gute Mannschaft mehr Punkte einbringt als einer gegen eine schwache? Anwendung auf eine reale Meisterschaft.

- **Magische Quadrate**

Magische Quadrate haben seit alters her die Menschen angezogen. Sie besitzen interessante und überraschende arithmetische Eigenschaften. Einarbeitung in die Theorie magischer Quadrate, Analyse verschiedener Lösungsmethoden und Anwendung der Theorie durch die Entwicklung eines entsprechenden Computerprogramms.

- **Die Quadratur des Kreises**





Die Quadratur des Kreises ist ein klassisches Konstruktionsproblem der Geometrie. Erstmals wurde es etwa 500 v. Chr. erwähnt. Generationen von Mathematikern haben sich an diesem Problem vergeblich versucht. Entstanden sind (lediglich) diverse interessante Näherungskonstruktionen. Ende des 19. Jahrhunderts konnte schliesslich mit algebraischen Methoden bewiesen werden, dass die Quadratur des Kreises nicht möglich ist. Untersuchung verschiedener Zugänge zum Problem (insbesondere die Übertragung eines geometrischen Konstruktionsproblems in die Algebra), Skizzierung des Beweises über die Unmöglichkeit der Konstruktion.

- **Origami und Mathematik**

In den letzten Jahrzehnten wurde Origami nicht nur von der Mathematik, sondern auch von anderen Wissenschaften entdeckt, beispielsweise werden Origami- Techniken angewandt, um riesige Teleskope, die in den Weltraum geschickt werden, optimal zu falten und zu verpacken. Zudem haben mathematische Untersuchungen dazu geführt, dass komplexere Origami-Figuren gebaut werden können. Untersuchung der mathematischen Formalisierung der Falttechnik, Entwicklung eigener Origami-Figuren (ev. mit Hilfe entsprechender Software).

- **Domino-Tilings (Kombinatorik)**

Auf wie viele Arten lässt sich ein  $2 \times n$ -Streifen von  $2 \times 1$ -Domino-Spielsteinen überdecken?

$n = 1$	
$n = 2$	
$n = 3$	
$n = 4$	

Berechne, beweise und/oder programmiere die überraschende Antwort und verallgemeinere die Fragestellung auf interessante andere Formen!

- **Sanfte Liftfahrt (Analysis)**

In welcher Form muss sich ein Lift nach oben bewegen, sodass eine möglichst kleine Kraft auf die Mitfahrenden wirkt und man bei der Liftfahrt keine unangenehme Beschleunigung spürt? Berechne an Beispielen, leite theoretische Einschränkungen für die Bewegung her oder vergleiche mit echten Liftfahrten!

- **Spielstrategie für "Schweinerei" (Wahrscheinlichkeit)**

Beim Spiel "Schweinerei" werden wiederholt zwei kleine Plastikschweine gewürfelt, um Punkte zu sammeln. Sobald die beiden Schweine auf unterschiedlichen Seiten zu liegen kommen, verliert man aber alle bis dahin gesammelten Punkte. Wie oft sollte man würfeln, bevor man seine Punkte "in Sicherheit bringt"? Ermittle experimentell die nötigen Wahrscheinlichkeiten und berechne dann eine optimale Gewinnstrategie für dieses Spiel.



- **Laufzeitberechnungen (Informatik)**

Wie effizient können Computer bestimmte Probleme lösen? Wie unterscheidet sich die Laufzeit verschiedener Algorithmen für das gleiche Problem voneinander? Programmieren Beispiele und stelle Berechnungen zu der für die Ausführung des Programms benötigten Zeit an, erkläre die Grundlagen der Komplexitätstheorie aus der theoretischen Informatik, beschreibe das "Millenniumproblem P vs. NP", etc.

- **Endliche Automaten**

Endliche Automaten sind abstrakte Maschinen zur Erkennung und Verarbeitung von Wörtern in regulären Sprachen. Es sollen deterministische und nicht-deterministische endliche Automaten anhand von Beispielen betrachtet, verglichen und analysiert werden. Die Grenzen von endlichen Automaten können dabei auch aufgezeigt werden.

- **Pay-to-win Games**

In vielen Online-Games kann sich der User durch Bezahlen von echtem Geld einen immensen Vorteil verschaffen. Wie viel echtes Geld müsste man beispielsweise investieren, um bei dem neusten FIFA im Ultimate-Modus den eigenen Lieblingsspieler zu ziehen? Der Einsatz von echtem Geld soll in Zusammenhang zum Erfolg in solchen Games gebracht werden.

- **Erstellen einer Lerneinheit**

Ausgewählte Themen der Mathematik sollen an Hand von Lernvideos, Übungsblättern, Gruppenpuzzles etc. so aufbereitet werden, dass eine reale Klasse den zu Grunde liegenden mathematischen Inhalt mit der vorliegenden Lerneinheit verstehen und anwenden könnte.

- **Fraktale in der Mathematik**

Schlüsselwörter: komplexe Zahlen und Funktionen; Iterationen; Chaostheorie; Fraktale Dimension; Selbstähnlichkeit; Mandelbrot- und Juliamengen; Programmieren.

- **Das Unendliche in der Mathematik**

Die Idee des Unendlichen liegt dem ganzen mathematischen Streben zugrunde; sie ist die eigentliche Triebfeder. Was ist das Unendliche? Konkreter, wie rechnet man damit?

- **Chaos in der Mathematik**

Wie lassen sich chaotische Phänomene mathematisch beschreiben?

- **Die Zahl  $e$  : Herkunft, Definition und Anwendungen**

Die Zahl  $e$  ist neben  $\pi$  die wichtigste Konstante in der Mathematik. Sich dieser Zahl einmal an die Fersen zu heften und zu sehen, woher sie kommt und wo sie überall ihr Unwesen treibt, kann die Sicht auf Bekanntes verändern.

- **Verwechslungswahrscheinlichkeiten**

Auf wie viele Arten lassen sich  $n$  Briefe in  $n$  Couverts stecken? Bei wie vielen davon sind alle Briefe im falschen Couvert? Solche oder ähnliche Fragen lassen sich mathematisch bearbeiten.

- **Kryptographie**

Lerne, wie die Mathematik (insbesondere die Gruppentheorie) helfen kann, um Nachrichten zu verschlüsseln. Damit kannst du unter anderem erklären:

- Weshalb wir Primzahlen täglich nutzen.
- Wie Kryptowährungen funktionieren.
- Wie die NSA uns ausspionieren konnte.

- **Machine Learning**

Lerne verschiedene Arten des maschinellen Lernens aus mathematischer Sicht kennen und wende sie an einem Beispiel an.

- **Topologie von Flächen**

Lerne die Topologie kennen als Gebiet, in dem man Figuren verformen und dehnen kann. Erarbeite Invarianten, verschiedenen topologische Flächen und finde Beispiele solcher Flächen im Alltag.

- **Markow Ketten**

Welches Feld ist beim Spiel Monopoly das Beste (landet man am häufigsten)? Lerne Matrizen, Graphen und Markow Ketten kennen, um diese Frage für Monopoly oder ähnliche Spiele zu beantworten.