

## Themenvorschläge Mathematik

Eine Maturaarbeit im Fach Mathematik kann eine spannende Herausforderung sein. Neben dem Stoff im Normalunterricht existieren viele Teilgebiete der Mathematik, die sich eignen für eine Maturaarbeit oder eine Fachmaturitätsarbeit. Im Folgenden haben wir eine Sammlung von möglichen Themen zusammengestellt. Falls dich ein Thema anspricht, solltest du etwas recherchieren, um Genaueres darüber zu erfahren. Dein Mathematiklehrer hilft dir gerne weiter, falls Fragen auftreten.

Selbstverständlich können auch eigene Themenvorschläge gemacht werden. Ob eigene Themen umsetzbar sind, sollte im Gespräch mit einem Mathematiklehrer geklärt werden.

- **Roulette, Black Jack, Poker und andere Glücksspiele unter der math. Lupe**  
Mit wahrscheinlichkeitstheoretischen Methoden sollen Glücksspiele auf ihre Gewinn- oder Verlusterwartung untersucht werden. Dabei geht es auch um strategisches Spielverhalten. Ziel der Arbeit ist es, bekannte Glücksspiele zu analysieren und/oder ein eigenes Spiel zu entwerfen und zu analysieren. (Guh)
- **Hüllkurven**  
Wenn eine Gerade  $g$  bewegt wird, hüllt sie eine Kurve ein. Der einfachste Fall ist, wenn  $g$  um einen Punkt  $M \notin g$  bewegt wird, dann hüllt sie einen Kreis ein. Ziel der Arbeit ist es, verschiedene Hüllkurven zu charakterisieren und mit geeigneter Software zu produzieren. (Guh)
- **Sichtbarkeit von Polynomen im Raum**  
Schlüsselwörter: Vektorrechnung; Skalar- und Vektorprodukt, Ebenengleichung, Matrizen; geom. Transformationen; versch. Algorithmen untersuchen; Programmieren. (Ghe)
- **Landkarten**  
Die Erdkugel auf eine Landkarte bringen ist gar nicht so leicht. Vielleicht interessieren dich die verschiedenen Projektionsarten, und du suchst historische Beispiele dazu. Vielleicht willst du selber eine eigene ungewöhnliche Landkarte erstellen. (Pro)
- **„Flugsicherung“**  
Themen: Grundlegende Informationen über Flugsicherung; Kollision zweier Flugzeuge im Sink- bzw. Steigflug; Kollision beim Eintreffen/Verlassen des oberen Luftraumes; wie wird ein präziser Landanflug gewährleistet? Exkurs in Kunstflüge. Ziel der Arbeit: konkrete weiterführende Anwendung der Vektorgeometrie (Geu)
- **Navigation gestern und heute**  
Themen: Geschichtlicher Rahmen; astronomische und satellitenunterstützte Navigation; Schiffs- und Flugzeugposition in kartesischen Koordinaten; Modellkritik; Einführung von Kugelkoordinaten; Berechnung der realen Flugzeugposition. Ziel der Arbeit: konkrete weiterführende Anwendung der Vektorgeometrie (Geu)
- **Gekrümmte Flächen im Raum**  
Analog zur Koordinatengleichung einer Ebene lassen sich gekrümmte Flächen (auch geschlossene) durch Koordinatengleichungen beschreiben, Bsp: Kugelfläche  $x^2+y^2+z^2=r^2$ . Ziel der Arbeit ist es, gekrümmte

Flächen zu charakterisieren und ihre Inhalte zu berechnen. Ausserdem sind Anwendungen denkbar, wie zum Beispiel: Bewegungen auf den Flächen zu beschreiben. (Guh)

- **Nicht-euklidische Geometrie**

Was ist das überhaupt? Wodurch unterscheidet sie sich von unserer normalen euklidischen Geometrie? Wie passt die Relativitätstheorie in diesen Zusammenhang? (Pro)

- **Das Problem des kürzesten Weges**

Die Optimierung von Weglängen ist für jedes Logistikunternehmen von grosser Bedeutung. Mathematisch werden die Graphentheorie (diskrete Mathematik) und spezielle Algorithmen verwendet, um Weglängen zu minimieren. Ziel der Arbeit ist es, sich mit den wesentlichen Sätzen der Graphentheorie vertraut zu machen und konkrete logistische Probleme zu lösen (mit Computer): (Guh)

- **Der Satz von Morley (1899)**

Teilt man die Innenwinkel eines Dreiecks in jeweils drei gleiche Teile, so bilden die Schnittpunkte von je zwei Teilungslinien, die der betreffenden Dreiecksseiten am nächsten liegen, die Ecken eines gleichseitigen Dreiecks. Satz und Beweis (1909); Zusammentragen der trigonometrischen Hilfsmittel, um den Satz damit beweisen zu können. (Wic)

- **Der Feuerbachsche Neunpunktekreis (1822)**

In jedem Dreieck liegen die Seitenmitten, die Höhenfusspunkte und die Mittelpunkte der oberen Höhenabschnitte auf einem Kreis. Sein Mittelpunkt halbiert die Verbindungsstrecke von Umkreismittelpunkt und Höhenschnittpunkt. Sein Radius ist halb so gross wie der Umkreis des Dreiecks.

Zusammentragen der Theorien der ebenen zentrischen Streckungen samt ihrer Verknüpfungen untereinander und mit Kongruenzabbildungen (Ähnlichkeitsabbildungen); zeige an verschiedenen bekannten Sätzen der Planimetrie, wie mit Hilfe zentrischer Streckungen Beweise führen kann; Beweis für den Feuerbachschen Neunpunktekreis. (Wic)

- **Fraktale in der Mathematik**

Schlüsselwörter: komplexe Zahlen und Funktionen; Iterationen; Chaostheorie; Fraktale Dimension; Selbstähnlichkeit; Mandelbrot- und Juliamengen; Programmieren. (Ghe)

- **Kurven in Parameterform, speziell in Polarform  $(r, \varphi)$**

Statt im üblichen kartesischen Koordinatensystem  $(x/y)$  lassen sich spezielle Kurven wie Spiralen, Rosetten, Blätter, Rollkurven (Zykloide), Lissajous-Figuren gut in der Parameterform darstellen. Sie können mit GeoGebra veranschaulicht werden.

Ziel der Arbeit: Beispiele von Kurven und deren Anwendungen in verschiedenen Bereichen studieren und mit GeoGebra darstellen, evtl. Krümmungsverhalten untersuchen. (Geu)

- **Bézier- und Spline-Kurven**

Funktionsgleichungen; Anwendungen; Programmieren. (Ghe)

- **Der kleine Fermatsche Satz**

Dieser Satz der Zahlentheorie ist in vielen Bereichen von praktischem Nutzen, z.B. in der Kryptologie. Erarbeiten der Hilfsmittel, um diesen Satz beweisen zu können, sowie Präsentation einer praktische Anwendung. (Gra)

- **Primzahltests: Die Jagd nach grossen Primzahlen**

Als Primzahltest bezeichnet man ein math. Verfahren, mit dem ermittelt wird, ob eine gegebene Zahl eine Primzahl ist oder nicht. In der Praxis werden Primzahltests beispielsweise in der Kryptologie eingesetzt, denn die Konstruktion sicherer Verschlüsselungsverfahren führt auf das Problem, möglichst grosse Primzahlen von ca. 1000 Stelle zu kennen. In dieser Arbeit sollen solche Verfahren vorgestellt und in einem praktischen Beispiel ausprobiert werden. (Gra)

- **Monte-Carlo-Simulation**

Eine Monte-Carlo-Simulation ist eine spezielle Art von Simulation zur Lösung mathematischer und naturwissenschaftlicher Probleme. Sie basiert auf zufälligen Werten (Zufallszahlen). Der Name leitet sich von der Stadt Monte Carlo ab, die für ihre Spielcasinos bekannt ist (das Roulette ist die einfachste mechanische Realisierung von Zufallszahlen). In dieser Arbeit soll dieses Simulationsverfahren vorgestellt und mit Hilfe des Computers für ein konkretes Problem durchgeführt werden. (Gra)

- **Knotentheorie:**

Arbeiten mit Schnur und math. Umsetzung Aktuelles Gebiet der Mathematik; Anwendung: Atome- und Molekülmodelle. Wann sind zwei Knoten gleich? Erarbeiten von Invarianten. (Geu)

- **Anwendungen der Mathematik in der Wirtschaft**

Als Themenbereich sind vier Möglichkeiten formuliert:

1. Zinseszins, Rate/Rente, Annuitätentilgung, Kapitalauf- und abbau, Leasing
2. Kosten-Umsatz-Gewinn, Wirtschaftlichkeit, Betriebsoptimum und -minimum, Elastizität
3. Minimalkostenkombination, Indifferenzkurve, Konsumsumme, Haushaltsgleichgewicht, Anlage- und Vorratsinvestitionen
4. Wohlfahrtseffekte des Handels: Produzenten- und Konsumentenrente, Vergleich Gleichgewichts- und Weltmarktpreis, sowie deren Konsequenzen, Protektionismus

Ziel dieser Arbeit: Erarbeiten der wirtschaftlichen Fragestellungen, des mathematischen Werkzeuges mit Beispielen, sowie einer umfassenden Aufgabenstellung (Geu)

- **Das Unendliche in der Mathematik**

Die Idee des Unendlichen liegt dem ganzen mathematischen Streben zugrunde; sie ist die eigentliche Triebfeder. Was ist das Unendliche? Konkreter, wie rechnet man damit? (Pro)

- **Differenzgleichungen**

Es ist aufbauend auf dem Thema Folgen und Reihen eine Einführung in das Gebiet der Differenzgleichungen (im Internet findet man einfachere, aber auch schwierigere Texte dazu) zu machen. Dabei soll das Thema so aufbereitet werden, dass es einer Klasse der Oberstufe des Gymnasiums Stoff (Theorie, Übungen, Prüfung) für etwa 4 bis 5 Schulwochen bieten soll. Eventuell soll ein Lernprogramm zu diesem Thema entwickelt werden. (Wic)

- **Raum**

Es ist aufbauend auf dem Thema Trigonometrie und Vektorgeometrie eine Abhandlung des Gebietes der Berechnungen von Dreiecken im 2 oder 3-dimensionalen Raum aus 3 gegebenen Stücken zu machen. Dabei soll das Thema so aufbereitet werden, dass es einer Klasse der Mittelstufe des Gymnasiums Stoff (Theorie, Übungen, Prüfung) für etwa 4 bis 5 Schulwochen bieten soll. Eventuell soll ein Lernprogramm zu diesem Thema entwickelt werden. (Wic)

- **Illusionen**

In barocken Kirchen in Theatern und Kuppeln, Balkonen, Fenstern sind täuschend echt bemalt. Es entsteht eine räumliche Illusion. Es sollen geometrische Konstruktion mit künstlerischem Ausdruck verglichen werden. (Pro)

- **Meier-Maier-Mayer**

Wie findet man effizient ähnliche Namen? (Pro)

- **Der Simplex-Algorithmus**

Der Simplex-Algorithmus ist eine rechnerische Methode zur Lösung von Optimierungsaufgaben. Bestimmung einer Optimallösung, Wahl des Pivotelementes, Durchführung eines Austauschschrittes, Entwicklung eines Computerprogramms (Ghe)

- **Komplexe Funktionen**

Die Menge der komplexen Zahlen, Untersuchung der komplexen Funktionen  $w=az+b$ ,  $w=1/z$  und  $w=z^2$ ; Geometrische Beschreibung; Erstellen eines Computerprogramms für die Visualisierung der Funktionen (Ghe)

- **Zahlensysteme in verschiedenen Kulturen**

Wieso hat sich bei uns das Zehnersystem durchgesetzt? Wie müssten wir "denken", wenn unser Zahlensystem nicht die Basis 10 hätte? Wie würden wir die Zahlen dann schreiben, wie gingen die Algorithmen für die Grundrechenoperationen? Wie könnten die Teilbarkeitsregeln in einem solchen System lauten? (VOG)

- **Die Welt der Primzahlen**

Primzahlen sind die Atome, aus denen die natürlichen Zahlen aufgebaut sind. Wie kann man in jene effizient zerlegen? Was weiss man über Primzahlen und was noch nicht? Welche Anwendungen gibt es? (Verschlüsselung ...) (VOG)

- **Jost Bürgi**

Der Lichtensteiger Uhrbauer hatte unter anderem die Logarithmentafeln erfunden. Beschreibe das Leben und das Werk von Bürgi. Warum war Bürgi für die Astronomen seiner Zeit von derartiger Bedeutung? (VOG)

- **Die Zahl e :**

Herkunft, Definition und Anwendungen Die Zahl e ist neben die wichtigste Konstante in der Mathematik. Sich dieser Zahl einmal an die Fersen zu heften und zu sehen, woher sie kommt und wo sie überall ihr Unwesen treibt, kann die Sicht auf Bekanntes verändern. (VOG)

- **Newton und Leibniz als Erfinder der Differentialrechnung**

Es ist oft lehrreich, sich einem Thema über die Geschichte oder über Personen zu nähern. Erst da wird einem bewusst, dass Mathematik nicht einfach "immer schon da" war, sondern über oft verwickelte Pfade langsam erschlossen wurde und wird. (VOG)

- GPS aus geometrischer Sicht

Wie lässt sich aus den Zeitsignalen von mehreren Satelliten der eigene Standort berechnen? (PRO)

- Page-Ranking-Algorithmus von Google

Wie berechnet Google die Wichtigkeit einer Internetseite? Anwendung auf ein eigenes „Mini-Internet“. (PRO)

- Gewichtete Meisterschaftstabelle

Wie sähe ein Tabelle auf bei der ein Sieg gegen eine gute Mannschaft mehr Punkte einbringt als einer gegen eine schwache? Anwendung auf eine reale Meisterschaft. (PRO)

- Zahlentheorie in der Akustik und Musik (WIL)

- Die Bedeutung der Primzahlen in der Kryptographie (WIL)

- Chaos in der Mathematik

Wie lassen sich chaotische Phänomene mathematisch beschreiben? (GUH)

- Prognose für eine Populationsentwicklung eingeteilt nach Altersklassen (GEU)

Ziel: kontrolliertes Wachstum: kein Aussterben und keine Überbevölkerung

Ausgang: Leslie hat 1945 erstmals ein Modell für die Populationsentwicklung veröffentlicht; z.B. für Turtles, Forellen, Tauben, Schweizer Steinadler in den letzten 20 Jahren;

Hilfsmittel: Lineare Algebra mit Matrizenrechnung tritt nebst Statistik in jedem Grundstudium mit Mathematik auf; Verständnis für Populationen im Sinne der Biologie. Auswertung mit Hilfe z.B. von Excel.

Vorgehen: Konkrete Literatur zur Populationsentwicklung studieren; Theorieteil der notwendigen Matrizenrechnung zusammenstellen und an einem Beispiel mit Excel anwenden; evtl. aktuelle Studie vorstellen.

- Eine Umfrage oder ein Experiment statistisch auswerten und kritisch bewerten (GEU)

Hauptziel: Ein geeignete Umfrage oder ein Experiment – evtl. Biologie oder Geographie – mathematisch mit der Statistik erfassen, auswerten und interpretieren. Beispiel: Der Human Development Index gilt heute als anerkannte Grösse, um den Entwicklungsstand eines Landes zu messen (Entwicklungsländer).

Mit Hilfe der Quelle „Cia World Fact Book“ kann ein eigener Index definiert und begründet werden, so dass man damit die Länder auswerten kann. Mit Hilfe der Regressions- und Korrelationsrechnung können die beiden Resultate (das mit dem eigenen Index und das mit dem HDI) verglichen werden.

Hilfsmittel: Kenntnisse und Interesse am Thema „Entwicklungsstand eines Landes“ und der Statistik, sowie der Problematik „Auswahl repräsentativer Stichproben“. Auswertung und Darstellung z.B. mit Hilfe des Populationstools von Excel.

Vorgehen: Gute Fragestellung wählen und Ziele formulieren; Repetieren und Vertiefen der statistischen Begrifflichkeiten, evtl. kurze Zusammenfassung anhand einem einfachen Beispiel; Auswertung der eigenen Fragestellung und Interpretation der erhaltenen Resultate und kritische Beurteilung/ Hinterfragung, um die Vorteile aber auch Grenzen der Statistik aufzuzeigen.

- **Magische Quadrate (GRA)**

Magische Quadrate haben seit alters her die Menschen angezogen. Sie besitzen interessante und überraschende arithmetische Eigenschaften. Einarbeitung in die Theorie magischer Quadrate, Analyse verschiedener Lösungsmethoden und Anwendung der Theorie durch die Entwicklung eines entsprechenden Computerprogramms.

- **Die Quadratur des Kreises (GRA)**

Die Quadratur des Kreises ist ein klassisches Konstruktionsproblem der Geometrie. Erstmals wurde es etwa 500 v. Chr. erwähnt. Generationen von Mathematikern haben sich an diesem Problem vergeblich versucht. Entstanden sind (lediglich) diverse interessante Näherungskonstruktionen. Ende des 19. Jahrhunderts konnte schliesslich mit algebraischen Methoden bewiesen werden, dass die Quadratur des Kreises nicht möglich ist. Untersuchung verschiedener Zugänge zum Problem (insbesondere die Übertragung eines geometrischen Konstruktionsproblems in die Algebra), Skizzierung des Beweises über die Unmöglichkeit der Konstruktion.

- **Origami und Mathematik (GRA)**

In den letzten Jahrzehnten wurde Origami nicht nur von der Mathematik, sondern auch von anderen Wissenschaften entdeckt, beispielsweise werden Origami-Techniken angewandt, um riesige Teleskope, die in den Weltraum geschickt werden, optimal zu falten und zu verpacken. Zudem haben mathematische Untersuchungen dazu geführt, dass komplexere Origami-Figuren gebaut werden können. Untersuchung der mathematischen Formalisierung der Faltechnik, Entwicklung eigener Origami-Figuren (ev. mit Hilfe entsprechender Software).

- **Logische Programmierung (GRA)**

Logische Programmierung ist ein Programmierkonzept, das auf der mathematischen Logik beruht. Ein Logik-Programm besteht nicht aus einer Folge von Anweisungen, sondern aus einer Menge von „Axiomen“ (Fakten und Regeln). Der Benutzer eines Logik-Programms kann nun eine Anfrage stellen und der Interpreter versucht eine Lösungsaussage allein aus den Axiomen zu berechnen. Anwendungen der Logikprogrammierung finden sich in vielen Bereichen: Datenbanken, Expertensysteme (z.B. Medizin: Diagnosesysteme), Planungsprobleme (z. B. Routenplanung) etc.

Einarbeitung in die logische Programmierung (z.B. mit PROLOG) und Entwicklung einer eigenen Anwendung.

- **Verwechslungswahrscheinlichkeiten (GUH)**

Auf wie viele Arten lassen sich  $n$  Briefe in  $n$  Couverts stecken? Bei wie vielen davon sind alle Briefe im falschen Couvert? Solche oder ähnliche Fragen lassen sich mathematisch bearbeiten.